

CHƯƠNG

V

VECTƠ

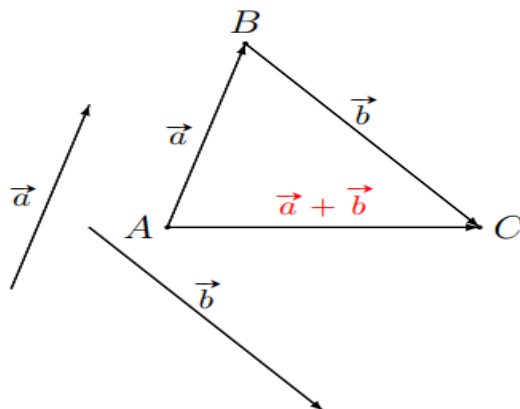
BÀI 2: TỔNG VÀ HIỆU CỦA HAI VECTO



I LÝ THUYẾT.

1. TỔNG CỦA HAI VECTO

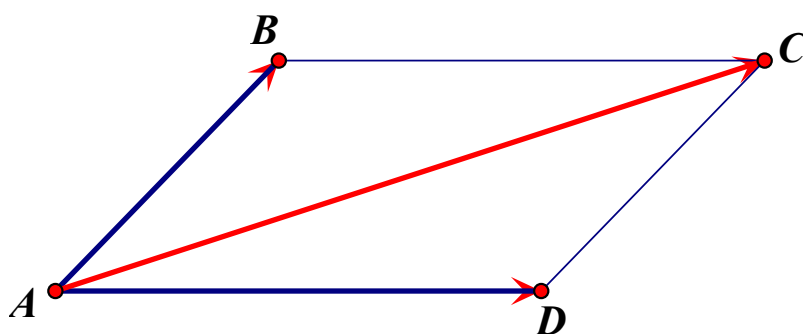
1.1. Định nghĩa: Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Lấy một điểm A tùy ý, vẽ $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$. Vector $\overrightarrow{AC}$ được gọi là **tổng** của hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$, kí hiệu $\vec{a} + \vec{b}$. Vậy $\overrightarrow{AC} = \vec{a} + \vec{b}$.



1.2. Các quy tắc:

+ **Quy tắc ba điểm:** Với ba điểm A, B, C , ta luôn có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.

+ **Quy tắc hình bình hành:** Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành, ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

2. TÍNH CHẤT CỦA PHÉP CỘNG VECTO: Với ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ tùy ý, ta có:

+ Tính chất giao hoán: $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$.

+ Tính chất kết hợp: $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$.

+ Tính chất của vector - không: $\vec{a} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{a} = \vec{a}$.

3. HIỆU CỦA HAI VECTƠ

+ Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Ta gọi hiệu của hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là vector $\vec{a} + (-\vec{b})$, kí hiệu $\vec{a} - \vec{b}$.

+ Với ba điểm O, A, B tùy ý, ta luôn có: $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AB}$.

4. TÍNH CHẤT VECTO CỦA TRUNG ĐIỂM ĐOẠN THẲNG VÀ TRỌNG TÂM TAM GIÁC:

+ Điểm I là trung điểm của đoạn thẳng AB khi và chỉ khi $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.

+ Điểm G là trọng tâm của tam giác ABC khi và chỉ khi $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

 VÍ DỤ MINH HỌA.

Câu 1. Cho hình bình hành $ABCD$ với M và N lần lượt là trung điểm của BC và AD . Tìm tổng của hai vector:

- a) $\overrightarrow{NC}$ và $\overrightarrow{MC}$ b) $\overrightarrow{AM}$ và $\overrightarrow{CD}$

Câu 2. Cho tam giác ABC . Các điểm M , N và P lần lượt là trung điểm các cạnh AB , AC và BC .

- 1) Tìm các hiệu sau $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN}$; $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{NC}$ và $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{PN}$;

- 2) Phân tích vector $\overrightarrow{AM}$ theo hai vector $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{MP}$.

Câu 3. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a với tâm là O . Tính:

- a) Độ dài vector $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CB}$ b) Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}|$.

Câu 4. Cho bốn điểm bất kỳ A, B, C và D . Hãy chứng minh đẳng thức: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.

Câu 5. Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Chứng minh rằng:

- a) $\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP} = \vec{0}$

- b) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}$, với O là điểm bất kì.

Câu 6. Cho tam giác ABC . Xác định điểm M thỏa điều kiện $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

Câu 7. Gọi G là trọng tâm tam giác vuông ABC , với cạnh huyền $BC = 12$. Tính độ dài của vectơ $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$.

Câu 8. Cho tứ giác lồi $ABCD$ có I, J lần lượt là trung điểm hai cạnh AD, BC và G là trung điểm IJ . Gọi P là điểm đối xứng của G qua I, Q là điểm đối xứng của G qua J . Chứng minh các đẳng thức vectơ sau:

- a) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{GP}$; $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GQ}$. b) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

Câu 9. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=2$, $AD=1$. Gọi I là trung điểm CD . Hãy tính:

- a) $\left| \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} \right|$. b) $\left| \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AI} \right|$.

Câu 10. Cho tam giác ABC , đặt: $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$; $\vec{v} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$. Tìm điều kiện của tam giác ABC để:

- a) $|\vec{u}| = |\vec{v}|$. b) $\vec{u} \perp \vec{v}$.

Page 3

- A. $\overrightarrow{MP}$. B. $\overrightarrow{MN}$. C. $\overrightarrow{MQ}$. D. $\overrightarrow{MR}$.

Câu 9: Cho hình bình hành $ABCD$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$. C. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB}$. D. $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{DB}$.

Câu 10: Cho tam giác ABC và M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} = \vec{0}$.
C. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PM} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MP}$.

Câu 11: Cho lục giác đều $ABCDEF$ có tâm O . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OE} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{EB}$.
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AD}$.

Câu 12: Cho hình vuông $ABCD$, tâm O . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA}$. B. $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{CA}$. C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CA}$. D. $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$.

Câu 13: Cho lục giác đều $ABCDEF$ có tâm O . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO} = \vec{0}$.
C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{FE} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{FA} = \vec{0}$.

Câu 14: Cho tam giác ABC có trọng tâm G . Gọi M là trung điểm BC , G_1 là điểm đối xứng của G qua M . Vector tổng $\overrightarrow{G_1B} + \overrightarrow{G_1C}$ bằng

- A. $\overrightarrow{GA}$. B. $\overrightarrow{BC}$. C. $\overrightarrow{G_1A}$. D. $\overrightarrow{G_1M}$.

Câu 15: Xét tam giác ABC có trọng tâm G và tâm đường tròn ngoại tiếp O thỏa mãn $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$. Hỏi trong các khẳng định sau, có bao nhiêu khẳng định đúng?

- 1) $\overrightarrow{OG} = \vec{0}$;
- 2) Tam giác ABC là tam giác vuông cân;
- 3) Tam giác ABC là tam giác đều;
- 4) Tam giác ABC là tam giác cân.

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 16: Xét tam giác ABC có trọng tâm H và tâm đường tròn ngoại tiếp O thỏa mãn $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \vec{0}$. Hỏi trong các khẳng định sau, có bao nhiêu khẳng định đúng?

- 1) $\overrightarrow{HG} = \vec{0}$;
- 2) Tam giác ABC là tam giác vuông cân;
- 3) $\overrightarrow{OG} = \vec{0}$;
- 4) Tam giác ABC là tam giác cân.

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 17: Xét tam giác ABC nội tiếp có O là tâm đường tròn ngoại tiếp, H là trực tâm. Gọi D là điểm đối xứng của A qua O . Hỏi trong các khẳng định sau, có bao nhiêu khẳng định đúng?

- 1) $\overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \overrightarrow{HD}$;

2) $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{HA}$;

3) $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \overrightarrow{HH_1}$, với H_1 là điểm đối xứng của H qua O ;

4) Nếu $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \vec{0}$ thì tam giác ABC là tam giác đều.

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Câu 18: Cho 5 điểm phân biệt M, N, P, Q, R . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MP}$.

B. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{PR}$.

C. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MR}$.

D. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MN}$.

Câu 19: Cho hình bình hành $ABCD$, tâm O . Vector tổng $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC}$ bằng

A. $\vec{0}$.

B. $\overrightarrow{BD}$.

C. $\overrightarrow{OC}$.

D. $\overrightarrow{OA}$.

Câu 20: Cho n điểm phân biệt trên mặt phẳng. Bạn An kí hiệu chúng là $A_1, A_2, \dots, A_n$. Bạn Bình kí hiệu chúng là $B_1, B_2, \dots, B_n$ ($A_i \neq B_n$). Vector tổng $\overrightarrow{A_1B_1} + \overrightarrow{A_2B_2} + \dots + \overrightarrow{A_nB_n}$ bằng

A. $\vec{0}$.

B. $\overrightarrow{A_1A_n}$.

C. $\overrightarrow{B_1B_n}$.

D. $\overrightarrow{A_1B_n}$.

DẠNG 2: VECTO ĐỐI, HIỆU CỦA HAI VECTO



BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1. Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Chứng minh rằng:

a) $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BM} = \vec{0}$

b) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}$ với O là điểm bất kì.

Câu 2. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $AB'C'D'$ có chung đỉnh A . Chứng minh rằng $\overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{D'D} = \vec{0}$

Câu 3. Cho tam giác ABC . Các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, AC, BC .

a) Tìm $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN}; \overrightarrow{MN} - \overrightarrow{NC}; \overrightarrow{MN} - \overrightarrow{PN}; \overrightarrow{BP} - \overrightarrow{CP}$.

b) Phân tích $\overrightarrow{AM}$ theo hai vector $\overrightarrow{MN}; \overrightarrow{MP}$.

Câu 4. Cho 5 điểm A, B, C, D, E . Chứng minh rằng: $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DE} - \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$

Câu 5. Cho n điểm phân biệt trên mặt phẳng. Bạn An kí hiệu chúng là $A_1, A_2, \dots, A_n$. Bạn Bình kí hiệu chúng là $B_1, B_2, \dots, B_n$ ($A_i \neq B_n$). Chứng minh rằng: $\overrightarrow{A_1B_1} + \overrightarrow{A_2B_2} + \dots + \overrightarrow{A_nB_n} = \vec{0}$.



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là các vector khác $\vec{0}$ với $\vec{a}$ là vector đối của $\vec{b}$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. Hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ cùng phương.

B. Hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ ngược hướng.

C. Hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ cùng độ dài.

D. Hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ chung điểm đầu.

- Câu 2:** Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây sai?
A. $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{CD}$. **B.** $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA}$.
C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$. **D.** $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DA}$.
- Câu 3:** Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. Tính $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}$.
A. $\overrightarrow{BC}$. **B.** $\overrightarrow{DA}$. **C.** $\overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA}$. **D.** $\overrightarrow{AB}$.
- Câu 4:** Cho O là tâm hình bình hành $ABCD$. Hỏi vector $(\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{DO})$ bằng vector nào?
A. $\overrightarrow{BA}$. **B.** $\overrightarrow{BC}$. **C.** $\overrightarrow{DC}$. **D.** $\overrightarrow{AC}$.
- Câu 5:** Chọn khẳng định sai:
A. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.
B. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{AI} - \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{AB}$.
C. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{AI} - \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.
D. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{BI} = \vec{0}$.
- Câu 6:** Cho 4 điểm bất kỳ A, B, C, D . Đẳng thức nào sau đây là đúng:
A. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CO}$. **B.** $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$.
C. $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$. **D.** $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{BA}$.
- Câu 7:** Cho các điểm phân biệt A, B, C, D . Đẳng thức nào sau đây đúng?
A. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{DA}$. **B.** $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AD}$.
C. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{DA}$. **D.** $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{BC}$.
- Câu 8:** Chỉ ra vector tổng $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{QP} + \overrightarrow{RN} - \overrightarrow{PN} + \overrightarrow{QR}$ trong các vector sau
A. $\overrightarrow{MR}$. **B.** $\overrightarrow{MQ}$. **C.** $\overrightarrow{MP}$. **D.** $\overrightarrow{MN}$.
- Câu 9:** Cho hình bình hành $ABCD$ và điểm M tùy ý. Đẳng thức nào sau đây đúng?
A. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}$. **B.** $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MB}$.
C. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{CM} + \overrightarrow{MD}$. **D.** $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$.
- Câu 10:** Cho tam giác ABC có M, N, D lần lượt là trung điểm của AB, AC, BC . Khi đó, các vector đối của vector $\overrightarrow{DN}$ là:
A. $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{ND}$. **B.** $\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{ND}$. **C.** $\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{AM}$. **D.** $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{BM}, \overrightarrow{ND}$.
- Câu 11:** Cho các điểm phân biệt A, B, C . Đẳng thức nào sau đây đúng?
A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$. **C.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{CA}$. **D.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB}$.
- Câu 12:** Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Khi đó $\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$ bằng
A. $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB}$. **B.** $\overrightarrow{AB}$. **C.** $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{DO}$. **D.** $\overrightarrow{CD}$.
- Câu 13:** Cho bốn điểm A, B, C, D phân biệt. Khi đó vector $\vec{u} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{DB}$ là:
A. $\vec{u} = \vec{0}$. **B.** $\vec{u} = \overrightarrow{AD}$. **C.** $\vec{u} = \overrightarrow{CD}$. **D.** $\vec{u} = \overrightarrow{AC}$.
- Câu 14:** Cho bốn điểm A, B, C, D phân biệt. Khi đó vector $\vec{u} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AB}$ bằng:
A. $\vec{u} = \overrightarrow{AD}$. **B.** $\vec{u} = \vec{0}$. **C.** $\vec{u} = \overrightarrow{CD}$. **D.** $\vec{u} = \overrightarrow{AC}$.
- Câu 15:** Cho 4 điểm A, B, C, D . Đẳng thức nào sau đây đúng?
A. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{DB}$. **B.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$.
C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$. **D.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{CB}$.
- Câu 16:** Cho Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Đẳng thức nào sau đây đúng?
A. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} - \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{DO} = \vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{DO} = \vec{0}$.
C. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{CO} - \overrightarrow{OD} = \vec{0}$. **D.** $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{DO} = \vec{0}$.
- Câu 17:** Cho Cho lục giác đều $ABCDEF$ và O là tâm của nó. Đẳng thức nào dưới đây là đẳng thức sai?

A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{EO} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AD}$.

C. $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{EB} - \overrightarrow{OC}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{EF} = \vec{0}$.

Câu 18: Cho hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CB}$.

B. $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AD}$.

D. $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CA}$.

Câu 19: Cho 4 điểm A, B, C, D . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BC}$.

Câu 20: Cho $\triangle ABC$, vẽ bên ngoài tam giác các hình bình hành $ABEF$, $AC PQ$, $BCM N$. Xét các mệnh đề:

(I) $\overrightarrow{NE} + \overrightarrow{FQ} = \overrightarrow{MP}$

(II) $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{QP} = -\overrightarrow{MN}$

(III) $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{AQ} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{MC}$

Mệnh đề đúng là :

A. Chỉ (I).

B. Chỉ (III).

C. (I) và (II).

D. Chỉ (II).

DẠNG 3: CHỨNG MINH ĐẲNG THỨC VECTO

1 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1. Cho năm điểm A, B, C, D, E . Chứng minh rằng

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED}$

b) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{EC} = \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CB}$

Câu 2. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . M là một điểm bất kì trong mặt phẳng. Chứng minh rằng

a) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC} = \vec{0}$

b) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$

c) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$.

Câu 3. Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Chứng minh rằng:

$\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP} = \vec{0}$.

Câu 4. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $AB'C'D'$ có chung đỉnh A . Chứng minh rằng

$\overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{D'D} = \vec{0}$

Câu 5. Cho hình bình hành $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{BC}$. Chứng minh rằng: $\overrightarrow{AQ} = \vec{0}$.

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Cho 5 điểm phân biệt M, N, P, Q, R . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MP}$.

B. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{PR}$.

C. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MR}$.

D. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MN}$.

Câu 2: Cho hình bình hành $ABCD$, đẳng thức vectơ nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$.

C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC}$.

D. $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

Câu 3: Cho hình bình hành $ABCD$ có tâm O . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DA}$. B. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BO}$. C. $\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{CD}$. D. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{BD}$.

Câu 4: Cho 4 điểm bất kì A, B, C, O . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{BA}$. B. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CO}$. C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$. D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OA}$.

Câu 5: Cho 3 điểm phân biệt A, B, C . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$. B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC}$. C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC}$.

Câu 6: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Khi đó $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BO}$ bằng

A. $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB}$. B. $\overrightarrow{AB}$. C. $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{DO}$. D. $\overrightarrow{CD}$.

Câu 7: Cho 6 điểm A, B, C, D, E, F . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AF}$.
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AE}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AD}$.

Câu 8: Cho hình bình hành $ABCD$, gọi M, N lần lượt là trung điểm của đoạn BC và AD . Tính tổng $\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{MC}$.

A. $\overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{NM}$. C. $\overrightarrow{CA}$. D. $\overrightarrow{MN}$.

Câu 9: Cho lục giác đều $ABCDEF$ và O là tâm của nó. Đẳng thức nào dưới đây là đẳng thức sai?

A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OE} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AD}$.
C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{EB}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FE} = \vec{0}$.

Câu 10: Cho 6 điểm A, B, C, D, E, F . Tổng véc tơ: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF}$ bằng

A. $\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{DB}$. B. $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DF}$. C. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CF} + \overrightarrow{EB}$. D. $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DF}$.

Câu 11: Cho các điểm phân biệt A, B, C, D, E, F . Đẳng thức nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{CB}$.
C. $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{EC}$.

Câu 12: Cho các điểm phân biệt A, B, C, D . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA}$. B. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DA}$.
C. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AD}$. D. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$.

Câu 13: Cho hình bình hành $ABCD$ với I là giao điểm của hai đường chéo. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

A. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$. C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$. D. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$.

Câu 14: Cho tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CB}$. C. $\overrightarrow{AA} + \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{AB}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB}$.

Câu 15: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Tìm khẳng định sai trong các khẳng định sau:

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$. C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{AD}$. D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{CB}$.

Câu 16: Cho lục giác đều $ABCDEF$ và O là tâm của nó. Đẳng thức nào dưới đây là đẳng thức sai?

A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OE} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AD}$. C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{EB}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FE} = \vec{0}$.

Câu 17: Cho tam giác ABC , trung tuyến AM . Trên cạnh AC lấy điểm E và F sao cho $AE = EF = FC$, BE cắt AM tại N . Chọn mệnh đề đúng:

A. $\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NM} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} = \vec{0}$. C. $\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NE} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{NE} + \overrightarrow{NF} = \overrightarrow{EF}$.

Câu 18: Cho tam giác ABC . Gọi D, E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB . Hệ thức nào là đúng?

A. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{BD}$. B. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$.
C. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$. D. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$.

Câu 19: Cho hình lục giác đều $ABCDEF$, tâm O . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{FE} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{FE}$

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FA} = 6|\overrightarrow{AB}|$.

D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{DE} - \overrightarrow{DC} = \vec{0}$.

Câu 20: Cho tam giác ABC có trực tâm H , D là điểm đối xứng với B qua tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CH}$.

B. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$.

C. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{HD}$.

D. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$.

DẠNG 4: CÁC BÀI TOÁN XÁC ĐỊNH ĐIỂM THỎA ĐẲNG THỨC VEC TƠ

1 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1. Cho $\triangle ABC$, tìm M thỏa $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{O}$.

Câu 2. Cho $\triangle ABC$, tìm M thỏa $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MB}$.

Câu 3. $\triangle ABC$, tìm điểm M thỏa $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BM} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$.

Câu 4. $\triangle ABC$, tìm điểm M thỏa $\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{CM} - \overrightarrow{CB}$.

Câu 5. Cho tứ giác $ABCD$, tìm điểm M thỏa $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{CD}$.

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Cho đoạn thẳng AB , M là điểm thỏa $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BA} = \vec{O}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M là trung điểm AB .

B. M trùng A .

C. M trùng B .

D. A là trung điểm MB .

Câu 2: Cho 2 điểm phân biệt A, B . Tìm điểm I thỏa $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{BI}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. I là trung điểm AB .

B. I thuộc đường trung trực của AB .

C. Không có điểm I .

D. Có vô số điểm I .

Câu 3: Cho $\triangle ABC$, B . Tìm điểm I để $\overrightarrow{IA}$ và $\overrightarrow{CB}$ cùng phương. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. I là trung điểm AB .

B. I thuộc đường trung trực của AB .

C. Không có điểm I .

D. Có vô số điểm I .

Câu 4: Cho 2 điểm phân biệt A, B . Tìm điểm M thỏa $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = \vec{O}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M là trung điểm AB .

B. M thuộc đường trung trực của AB .

C. Không có điểm M .

D. Có vô số điểm M .

Câu 5: Cho đoạn thẳng AB , M là điểm thỏa $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MA} = \vec{O}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M là trung điểm AB .

B. M trùng A .

C. M trùng B .

D. A là trung điểm MB .

Câu 6: Cho tam giác ABC , M là điểm thỏa $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{O}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M là trung điểm AB .

B. M là trọng tâm $\triangle ABC$.

C. M trùng B .

D. A là trung điểm MB .

- Câu 7:** Cho tứ giác $ABCD$, M là điểm thỏa $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. M trùng D . **B.** M trùng A . **C.** M trùng B . **D.** M trùng C .
- Câu 8:** Cho $ABCD$ là hình bình hành, M là điểm thỏa $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. M trùng D . **B.** M trùng A . **C.** M trùng B . **D.** M trùng C .
- Câu 9:** Cho $ABCD$ là hình bình hành tâm O , M là điểm thỏa $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{OC}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. M trùng O . **B.** M trùng A . **C.** M trùng B . **D.** M trùng C .
- Câu 10:** Cho $ABCD$ là hình bình hành tâm O , M là điểm thỏa $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. M trùng D . **B.** M trùng A . **C.** M trùng B . **D.** M trùng C .
- Câu 11:** Cho $ABCD$ là hình bình hành tâm O , M là điểm thỏa $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. M trùng O . **B.** M trùng A . **C.** M trùng B . **D.** M trùng C .
- Câu 12:** Cho tứ giác $PQRN$ có O là giao điểm 2 đường chéo, M là điểm thỏa $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{ON}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. M trùng P . **B.** M trùng Q . **C.** M trùng O . **D.** M trùng R .
- Câu 13:** Cho $\triangle ABC$, tìm điểm M thỏa $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{CM} - \overrightarrow{CA}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. M là trung điểm AB . **B.** M là trung điểm BC .
C. M là trung điểm CA . **D.** M là trọng tâm $\triangle ABC$.
- Câu 14:** Cho $\triangle DEF$, tìm M thỏa $\overrightarrow{MD} - \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \overrightarrow{O}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. $\overrightarrow{MF} = \overrightarrow{ED}$. **B.** $\overrightarrow{FM} = \overrightarrow{ED}$. **C.** $\overrightarrow{EM} = \overrightarrow{DF}$. **D.** $\overrightarrow{FM} = \overrightarrow{DE}$.
- Câu 15:** Cho $\triangle DEF$, M là điểm thỏa $\overrightarrow{MD} - \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \overrightarrow{O}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. $\overrightarrow{EM} = \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{EF}$. **B.** $\overrightarrow{FD} = \overrightarrow{EM}$. **C.** $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MF} = \overrightarrow{EM}$. **D.** $\overrightarrow{FM} = \overrightarrow{DE}$.
- Câu 16:** Cho $\triangle ABC$ có O là trung điểm BC , tìm M thỏa $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MB}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. M trùng A . **B.** M trùng B . **C.** M trùng O . **D.** M trùng C .
- Câu 17:** Cho $\triangle ABC$, tìm điểm M thỏa $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BM} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. M là trung điểm AB . **B.** M là trung điểm BC .
C. M là trung điểm CA . **D.** M là trọng tâm $\triangle ABC$.
- Câu 18:** Cho $\triangle ABC$, điểm M thỏa $\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{CM} - \overrightarrow{CB}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. M trùng A . **B.** M trùng B .
C. $ACMB$ là hình bình hành. **D.** $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BM}$.
- Câu 19:** Cho $\triangle ABC$, D là trung điểm AB , E là trung điểm BC , điểm M thỏa $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BM} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CM}$. **B.** $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{ED}$.
C. M là trung điểm BC . **D.** $\overrightarrow{EM} = \overrightarrow{BD}$.

Câu 20: Cho tứ giác $ABCD$, điểm M thỏa $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{CD}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. M là trung điểm AB .
 B. M là trung điểm BC .
 C. D là trung điểm BM .
 D. M là trung điểm DC .

DẠNG 5: CÁC BÀI TOÁN TÍNH ĐỘ DÀI CỦA VEC TƠ

1 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Tính $|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}|$.

Câu 2. Cho tam giác ABC đều cạnh a . Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$.

Câu 3. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh $2a$. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}|$.

Câu 4. Cho tam giác ABC đều có cạnh $AB = 5$, H là trung điểm của BC . Tính $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}|$.

Câu 5. Có hai lực $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$ cùng tác động vào một vật đứng tại điểm O , biết hai lực $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$ đều có cường độ là 50 (N) và chúng hợp với nhau một góc 60° . Hỏi vật đó phải chịu một lực tổng hợp có cường độ bằng bao nhiêu?

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Cho tam giác ABC đều cạnh a . Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$.

- A. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a\sqrt{3}$.
 B. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.
 C. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2a$.
 D. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2a\sqrt{3}$.

Câu 2: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Độ dài $|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}|$ bằng

- A. $2a$
 B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.
 C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.
 D. $a\sqrt{2}$.

Câu 3: Cho tam giác đều ABC cạnh a , mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $|\overrightarrow{AC}| = \overrightarrow{BC}$.
 B. $\overrightarrow{AC} = a$.
 C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.
 D. $|\overrightarrow{AB}| = a$.

Câu 4: Cho $\overrightarrow{AB}$ khác $\vec{0}$ và cho điểm C . Có bao nhiêu điểm D thỏa $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$?

- A. Vô số.
 B. 1 điểm.
 C. 2 điểm.
 D. Không có điểm nào.

Câu 5: Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau đây:

- A. $\vec{0}$ cùng hướng với mọi vector.
 B. $\vec{0}$ cùng phương với mọi vector.
 C. $\overrightarrow{AA} = \vec{0}$.
 D. $|\overrightarrow{AB}| > 0$.

Câu 6: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm I ; G là trọng tâm tam giác BCD . Đẳng thức nào sau đây **sai**?

- A. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC}$.
 B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$.
 C. $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}|$.
 D. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}$.

Câu 7: Cho tam giác ABC đều có cạnh $AB = 5$, H là trung điểm của BC . Tính $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}|$.

A. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{5\sqrt{3}}{2}$. B. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = 5$. C. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{5\sqrt{7}}{4}$. D. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{5\sqrt{7}}{2}$.

Câu 8: Gọi O là giao điểm của hai đường chéo hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$. B. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$. C. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC}$. D. $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC}$.

Câu 9: Có hai lực $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$ cùng tác động vào một vật đứng tại điểm O , biết hai lực $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$ đều có cường độ là 50 (N) và chúng hợp với nhau một góc 60° . Hỏi vật đó phải chịu một lực tổng hợp có cường độ bằng bao nhiêu?

A. 100 (N). B. $50\sqrt{3}$ (N). C. $100\sqrt{3}$ (N). D. Đáp án khác.

Câu 10: Cho tứ giác $ABCD$ có $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ và $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$. B. $ABCD$ là hình thoi.
C. $|\overrightarrow{CD}| = |\overrightarrow{BC}|$. D. $ABCD$ là hình thang cân.

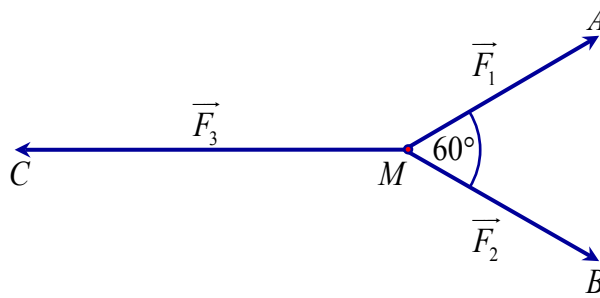
Câu 11: Cho tam giác ABC vuông cân tại A có $AB = a$. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$.

A. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a\sqrt{2}$. B. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2a$. D. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a$.

Câu 12: Cho tam giác ABC đều cạnh a , có AH là đường trung tuyến. Tính $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AH}|$.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $2a$. C. $\frac{a\sqrt{13}}{2}$. D. $a\sqrt{3}$.

Câu 13: Cho ba lực $\vec{F}_1 = \vec{MA}$, $\vec{F}_2 = \vec{MB}$, $\vec{F}_3 = \vec{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ của $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ đều bằng $25N$ và góc $\widehat{AMB} = 60^\circ$. Khi đó cường độ lực của $\vec{F}_3$ là



- A. $25\sqrt{3} N$. B. $50\sqrt{3} N$. C. $50\sqrt{2} N$. D. $100\sqrt{3} N$.

Câu 14: Cho tam giác ABC có G là trọng tâm, I là trung điểm BC . Tìm khẳng định **sai**.

- A. $|\vec{IB} + \vec{IC} + \vec{IA}| = IA$. B. $|\vec{IB} + \vec{IC}| = BC$. C. $|\vec{AB} + \vec{AC}| = 2AI$. D. $|\vec{AB} + \vec{AC}| = 3GA$.

Câu 15: Cho hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây **sai**?

- A. $|\vec{AC}| = |\vec{BD}|$. B. $|\vec{BC}| = |\vec{DA}|$. C. $|\vec{AD}| = |\vec{BC}|$. D. $|\vec{AB}| = |\vec{CD}|$.

Câu 16: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh $2a$. Tính $|\vec{AB} + \vec{AD}|$.

- A. $4a\sqrt{2}$. B. $4a$. C. $2a\sqrt{2}$. D. $2a$.

Câu 17: Cho tam giác ABC đều, cạnh $2a$, trọng tâm G . Độ dài vector $\vec{AB} - \vec{GC}$ là

- A. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{2a}{3}$. C. $\frac{4a\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 18: Tam giác ABC thỏa mãn: $|\vec{AB} + \vec{AC}| = |\vec{AB} - \vec{AC}|$ thì tam giác ABC là

- A. Tam giác vuông A . B. Tam giác vuông C .
C. Tam giác vuông B . D. Tam giác cân tại C .

Câu 19: Cho tam giác đều ABC cạnh $2a$ có G là trọng tâm. Khi đó $|\vec{AB} - \vec{GC}|$ là

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{4a\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{2a}{3}$.

Câu 20: Cho hai lực $\vec{F}_1 = \vec{MA}$, $\vec{F}_2 = \vec{MB}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M cường độ hai lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ lần lượt là $300(N)$ và $400(N)$. $\widehat{AMB} = 90^\circ$. Tìm cường độ của lực tổng hợp tác động vào vật.

- A. $0(N)$. B. $700(N)$. C. $100(N)$. D. $500(N)$.

CHƯƠNG

V

VECTƠ

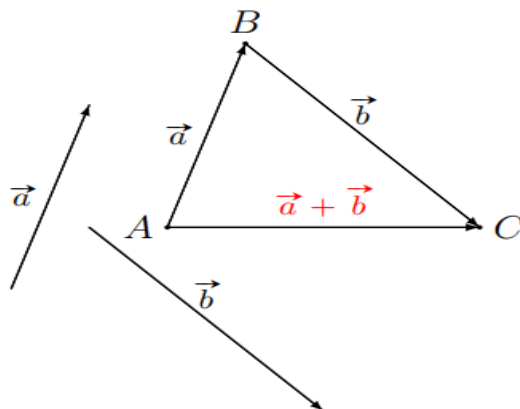
BÀI 2: TỔNG VÀ HIỆU CỦA HAI VECTO



I LÝ THUYẾT.

1. TỔNG CỦA HAI VECTO

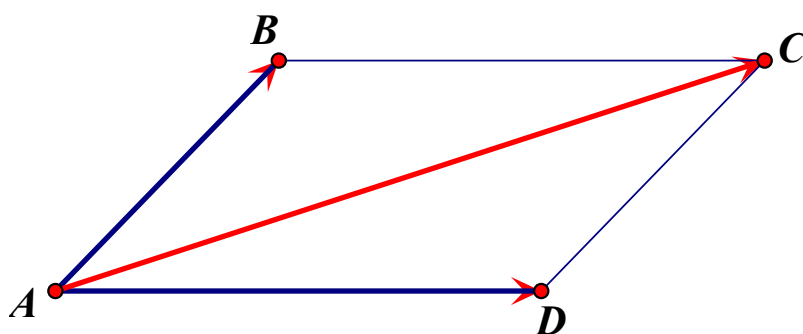
1.1. Định nghĩa: Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Lấy một điểm A tùy ý, vẽ $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$. Vector $\overrightarrow{AC}$ được gọi là **tổng** của hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$, kí hiệu $\vec{a} + \vec{b}$. Vậy $\overrightarrow{AC} = \vec{a} + \vec{b}$.



1.2. Các quy tắc:

+ Quy tắc ba điểm: Với ba điểm A, B, C , ta luôn có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.

+ Quy tắc hình bình hành: Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành, ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

2. TÍNH CHẤT CỦA PHÉP CỘNG VECTO: Với ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ tùy ý, ta có:

+ Tính chất giao hoán: $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$.

+ Tính chất kết hợp: $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$.

+ Tính chất của vector - không: $\vec{a} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{a} = \vec{a}$.

3. HIỆU CỦA HAI VECTO

+ Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Ta gọi hiệu của hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là vectơ $\vec{a} + (-\vec{b})$, kí hiệu $\vec{a} - \vec{b}$.

+ Với ba điểm O, A, B tùy ý, ta luôn có: $\vec{OB} - \vec{OA} = \vec{AB}$.

4. TÍNH CHẤT VECTO CỦA TRUNG ĐIỂM ĐOẠN THẲNG VÀ TRỌNG TÂM TAM GIÁC:

+ Điểm I là trung điểm của đoạn thẳng AB khi và chỉ khi $\vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0}$.

+ Điểm G là trọng tâm của tam giác ABC khi và chỉ khi $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$.



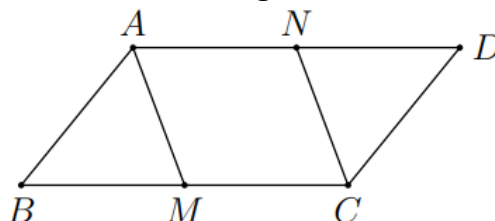
VÍ DỤ MINH HỌA.

Câu 1. Cho hình bình hành $ABCD$ với M và N lần lượt là trung điểm của BC và AD . Tìm tổng của hai vectơ:

a) $\vec{NC}$ và $\vec{MC}$

b) $\vec{AM}$ và $\vec{CD}$

Lời giải



a) Vì $\vec{MC} = \vec{AN}$ nên ta có $\vec{NC} + \vec{MC} = \vec{NC} + \vec{AN} = \vec{AN} + \vec{NC} = \vec{AC}$.

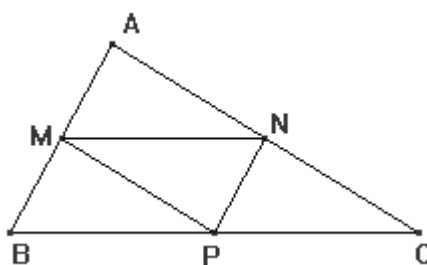
b) Vì $\vec{CD} = \vec{BA}$ nên ta có $\vec{AM} + \vec{CD} = \vec{AM} + \vec{BA} = \vec{BA} + \vec{AM} = \vec{BM}$.

Câu 2. Cho tam giác ABC . Các điểm M, N và P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, AC và BC .

1) Tìm các hiệu sau $\vec{AM} - \vec{AN}$; $\vec{MN} - \vec{NC}$ và $\vec{MN} - \vec{PN}$;

2) Phân tích vectơ $\vec{AM}$ theo hai vectơ $\vec{MN}$ và $\vec{MP}$.

Lời giải



1) Theo qui tắc ba điểm, thì $\vec{AM} - \vec{AN} = \vec{NM}$.

Vì MP là đường trung bình của tam giác ABC và $\vec{MP}$ cùng hướng với $\vec{NC}$ nên ta có $\vec{NC} = \vec{MP}$.

Do vậy: $\vec{MN} - \vec{NC} = \vec{MN} - \vec{MP} = \vec{PN}$.

Vì $-\vec{PN} = \vec{NP}$ nên $\vec{MN} - \vec{PN} = \vec{MN} + \vec{NP} = \vec{MP}$.

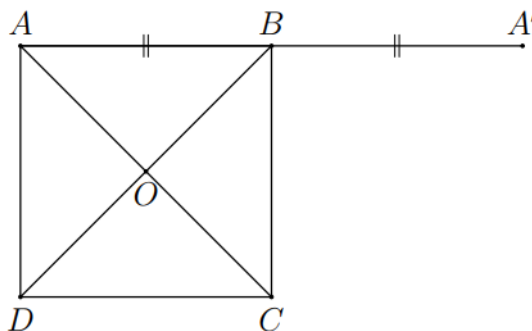
2) Ta có $\vec{AM} = \vec{NP}$ nên có phân tích sau $\vec{AM} = \vec{NP} = \vec{MP} - \vec{MN}$.

Câu 3. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a với tâm là O . Tính:

a) Độ dài vectơ $\vec{OA} - \vec{CB}$

b) Tính $|\vec{AB} + \vec{DC}|$.

Lời giải



a) Ta có $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CO} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BO}$.

Mặt khác $BO = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + a^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Nên $|\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CB}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

b) Gọi A' là điểm đối xứng với A qua B .

Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA'} = \overrightarrow{AA'}$ nên $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}| = |\overrightarrow{AA'}| = 2a$.

Câu 4. Cho bốn điểm bất kỳ A, B, C và D . Hãy chứng minh đẳng thức: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.

Lời giải

Cách 1: Sử dụng qui tắc tổng

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB}) + (\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD}) = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} + (\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DB}) = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} + \vec{0} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}.$$

Cách 2: Sử dụng hiệu hai vector.

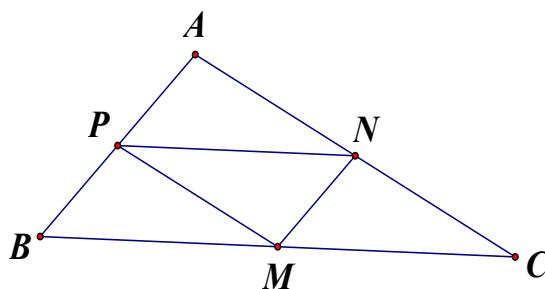
$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DB}.$$

Câu 5. Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Chứng minh rằng:

a) $\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP} = \vec{0}$

b) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}$, với O là điểm bất kì.

Lời giải



a) Vì PN, MN là đường trung bình của tam giác ABC nên $PN \parallel BM, MN \parallel BP$ suy ra tứ giác

$BMNP$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{PN}$.

N là trung điểm của $AC \Rightarrow \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{NA}$.

Do đó theo quy tắc ba điểm ta có

$$\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP} = (\overrightarrow{PN} + \overrightarrow{NA}) + \overrightarrow{AP} = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AP} = \vec{0}.$$

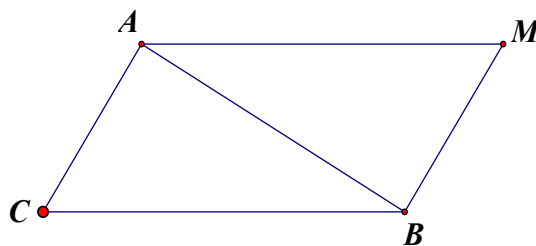
b) Theo quy tắc ba điểm ta có

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} &= (\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PA}) + (\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{MB}) + (\overrightarrow{ON} + \overrightarrow{NC}) = (\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}) + \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{NC} \\ &= (\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}) - (\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP}) \end{aligned}$$

Theo câu a) $\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP} = \vec{0}$ ta suy ra $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}$.

Câu 6. Cho tam giác ABC . Xác định điểm M thỏa điều kiện $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

Lời giải



Ta có $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \vec{0}$

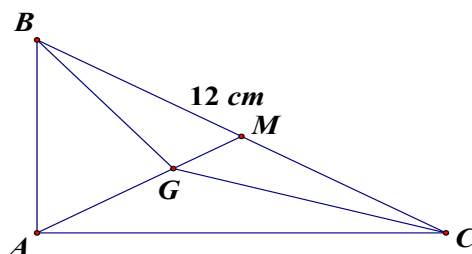
$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{CB} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{BC}.$$

Suy ra M là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ACBM$.

Câu 7. Gọi G là trọng tâm tam giác vuông ABC , với cạnh huyền $BC = 12$. Tính độ dài của vectơ $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm BC

$$\text{Ta có } AM = \frac{1}{2}BC = 6; AG = \frac{2}{3}AM = 4.$$

$$\text{Mặt khác } \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{AG}$$

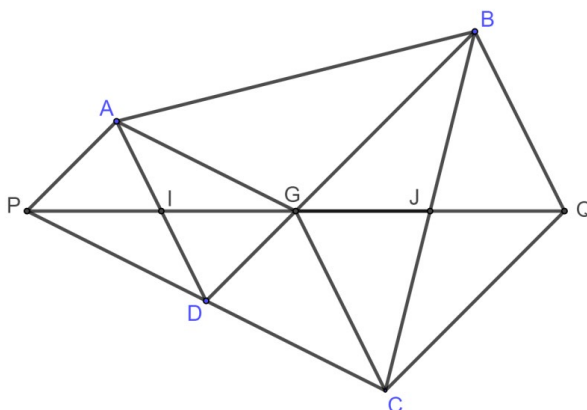
$$\text{Suy ra } |\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}| = |\overrightarrow{AG}| = AG = 4.$$

Câu 8. Cho tứ giác lồi $ABCD$ có I, J lần lượt là trung điểm hai cạnh AD, BC và G là trung điểm IJ . Gọi P là điểm đối xứng của G qua I, Q là điểm đối xứng của G qua J . Chứng minh các đẳng thức vectơ sau:

a) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{GP}; \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GQ}.$

b) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}.$

Lời giải



a) Hai tứ giác $AGDP$ và $BGCQ$ có hai đường chéo giao nhau tại trung điểm mỗi đường nên chúng là các hình bình hành.

Theo quy tắc hình bình hành ta có:

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{GP} \text{ (đpcm).}$$

$$\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GQ} \text{ (đpcm).}$$

b) Theo cách dựng hình từ đề bài ta thấy G là trung điểm PQ nên $\overrightarrow{GP} + \overrightarrow{GQ} = \vec{0}$.

Biến đổi biểu thức vectơ đề cho và dựa vào kết quả câu a:

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GD}) + (\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}) = \overrightarrow{GP} + \overrightarrow{GQ} = \vec{0}$$

Câu 9. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2$, $AD = 1$. Gọi I là trung điểm CD . Hãy tính:

a) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}|$. b) $|\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AI}|$.

Lời giải

a) Ta thực hiện biến đổi:

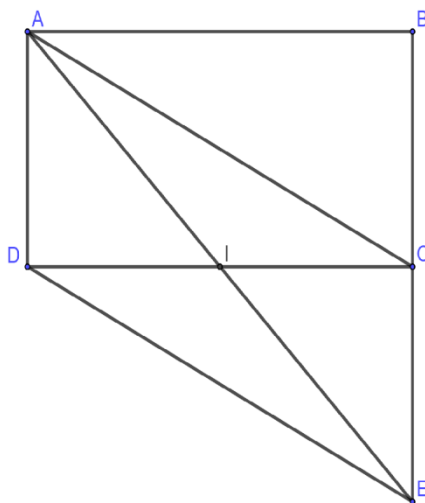
$$|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}|.$$

Dựng điểm E sao cho: $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AD}$.

Suy ra $ACED$ là hình bình hành.

Theo quy tắc hình bình hành: $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AE}| = AE$.

Tam giác ABE vuông cân tại B nên: $AE = AB\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$.



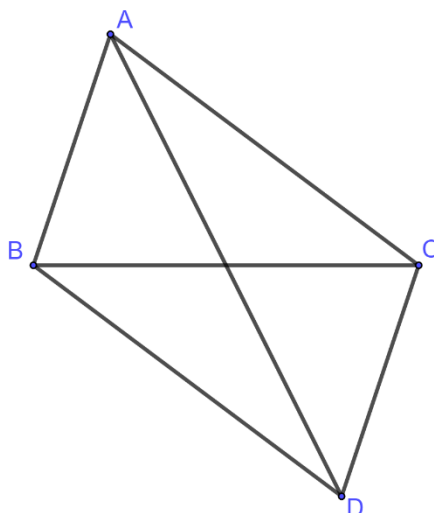
b) Ta thực hiện biến đổi:

$$|\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AI}| = |\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AI}| = |\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AI}| = |\overrightarrow{ID}| = ID = \frac{CD}{2} = 1.$$

Câu 10. Cho tam giác ABC , đặt: $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$; $\vec{v} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$. Tìm điều kiện của tam giác ABC để:

a) $|\vec{u}| = |\vec{v}|$. b) $\vec{u} \perp \vec{v}$.

Lời giải



Dựng hình bình hành $ABDC$, theo quy tắc hình bình hành và nguyên tắc trừ vector, ta có:

$$\vec{u} = \vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AD}.$$

$$\vec{v} = \vec{AB} - \vec{AC} = \vec{CB}.$$

a) $|\vec{u}| = |\vec{v}| \Leftrightarrow AD = BC$. Hình bình hành $ABDC$ có hai đường chéo bằng nhau khi và chỉ khi $ABDC$ là hình chữ nhật.

Vậy $\triangle ABC$ vuông tại A thì $|\vec{u}| = |\vec{v}|$.

b) $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow AD \perp BC$. Hình bình hành $ABDC$ có hai đường chéo vuông góc khi và chỉ khi $ABDC$ là hình thoi.

Vậy $\triangle ABC$ cân tại A thì $\vec{u} \perp \vec{v}$.



HỆ THỐNG BÀI TẬP.

DẠNG 1: CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN TỔNG CÁC VECTOR



BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1. Cho hình bình hành $ABCD$, xác định các vector $\vec{CB} + \vec{CD}$, $\vec{AC} + \vec{DA}$.

Lời giải

$$\vec{CB} + \vec{CD} = \vec{CA} \text{ và } \vec{AC} + \vec{DA} = \vec{DA} + \vec{AC} = \vec{DC}.$$

Câu 2. Cho tam giác ABC , xác định các vector $\vec{AB} + \vec{CA} + \vec{BC}$, $\vec{AB} + \vec{AC}$.

Lời giải

$$\vec{AB} + \vec{CA} + \vec{BC} = \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} = \vec{AC} + \vec{CA} = \vec{AA} = \vec{0}$$

Gọi D là điểm sao cho $ABCD$ là hình bình hành. Khi đó

$$\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AD}.$$

Câu 3. Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O , xác định các vector $\vec{AB} + \vec{OD}$, $\vec{AB} + \vec{AE} + \vec{OD}$.

Lời giải

$$\vec{AB} + \vec{OD} = \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$$

$$\vec{AB} + \vec{AE} + \vec{OD} = \vec{AO} + \vec{OD} = \vec{AD}.$$

Câu 4. Cho n điểm $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$, xác định vector

$$\overrightarrow{A_{n-1}A_n} + \overrightarrow{A_{n-2}A_{n-1}} + \overrightarrow{A_{n-3}A_{n-2}} + \dots + \overrightarrow{A_2A_3} + \overrightarrow{A_1A_2}.$$

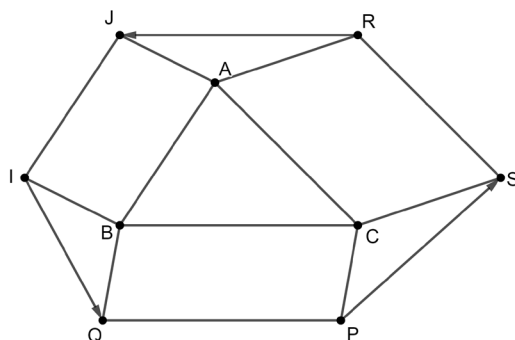
Lời giải

$$\begin{aligned} & \overrightarrow{A_{n-1}A_n} + \overrightarrow{A_{n-2}A_{n-1}} + \overrightarrow{A_{n-3}A_{n-2}} + \dots + \overrightarrow{A_2A_3} + \overrightarrow{A_1A_2} \\ &= \overrightarrow{A_1A_2} + \overrightarrow{A_2A_3} + \dots + \overrightarrow{A_{n-3}A_{n-2}} + \overrightarrow{A_{n-2}A_{n-1}} + \overrightarrow{A_{n-1}A_n} \end{aligned}$$

$$\text{Do đó } \overrightarrow{A_{n-1}A_n} + \overrightarrow{A_{n-2}A_{n-1}} + \overrightarrow{A_{n-3}A_{n-2}} + \dots + \overrightarrow{A_2A_3} + \overrightarrow{A_1A_2} = \overrightarrow{A_1A_n}.$$

Câu 5. Cho tam giác ABC . Bên ngoài của tam giác vẽ các hình bình hành $ABIJ$, $BCPQ$, $CARS$. Chứng minh rằng $\overrightarrow{RJ} + \overrightarrow{IQ} + \overrightarrow{PS} = \vec{0}$.

Lời giải



$$\overrightarrow{RJ} = \overrightarrow{RA} + \overrightarrow{AJ}, \quad \overrightarrow{IQ} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BQ}, \quad \overrightarrow{PS} = \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{CS}.$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{RJ} + \overrightarrow{IQ} + \overrightarrow{PS} &= (\overrightarrow{RA} + \overrightarrow{AJ}) + (\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BQ}) + (\overrightarrow{PC} + \overrightarrow{CS}) \\ &= (\overrightarrow{RA} + \overrightarrow{CS}) + (\overrightarrow{AJ} + \overrightarrow{IB}) + (\overrightarrow{BQ} + \overrightarrow{PC}) \\ &= (\overrightarrow{SC} + \overrightarrow{CS}) + (\overrightarrow{BI} + \overrightarrow{IB}) + (\overrightarrow{CP} + \overrightarrow{PC}) \\ &= \overrightarrow{SS} + \overrightarrow{BB} + \overrightarrow{CC} \\ &= \vec{0} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } \overrightarrow{RJ} + \overrightarrow{IQ} + \overrightarrow{PS} = \vec{0}.$$



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Cho ba vector $\vec{a}$, $\vec{b}$ và $\vec{c}$ khác vector-không. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$.

B. $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$.

C. $\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}$.

D. $\vec{0} + \vec{a} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn D

$$\vec{0} + \vec{a} = \vec{a}.$$

Câu 2: Cho hình bình hành $ABCD$. Vector tổng $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}$ bằng

A. $\overrightarrow{CA}$.

B. $\overrightarrow{BD}$.

C. $\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{DB}$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA}.$$

Câu 3: Cho ba điểm phân biệt A, B, C . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$.

C. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA}$. **D.** $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BA}$.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB}.$$

Câu 4: Cho bốn điểm phân biệt A, B, C, D . Vector tổng $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA}$ bằng

A. $\vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{AC}$. **C.** $\overrightarrow{BD}$. **D.** $\overrightarrow{BA}$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}.$$

Câu 5: Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, BC, CA . Vector tổng $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NP}$ bằng

A. $\overrightarrow{BP}$. **B.** $\overrightarrow{MN}$. **C.** $\overrightarrow{CP}$. **D.** $\overrightarrow{PA}$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{BP}.$$

Câu 6: Cho hình bình hành $ABCD$ và gọi I là giao điểm của hai đường chéo. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{IB}$. **B.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$. **C.** $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{IB}$. **D.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{IA} = \overrightarrow{BI}$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{IB}.$$

Câu 7: Cho hình bình hành $ABCD$ và gọi I là giao điểm của hai đường chéo. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{IB}$. **B.** $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{DI}$.

C. $\overrightarrow{ID} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{IC}$. **D.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CI} = \overrightarrow{IA}$.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CI} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CI} = \overrightarrow{AI}.$$

Câu 8: Cho các điểm phân biệt M, N, P, Q, R . Xác định vector tổng $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RP} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR}$.

A. $\overrightarrow{MP}$. **B.** $\overrightarrow{MN}$. **C.** $\overrightarrow{MQ}$. **D.** $\overrightarrow{MR}$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RP} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR} + \overrightarrow{RP} = \overrightarrow{MP}.$$

Câu 9: Cho hình bình hành $ABCD$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC}$. **B.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$. **C.** $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB}$. **D.** $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{DB}$.

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}.$$

Câu 10: Cho tam giác ABC và M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} = \vec{0}$.
C. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PM} = \vec{0}$. **D.** $\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MP}$.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{PM}.$$

Câu 11: Cho lục giác đều $ABCDEF$ có tâm O . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A.** $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OE} = \vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB} = \vec{0}$.
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} = \vec{0}$. **D.** $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AD}$.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} = \vec{0}.$$

Câu 12: Cho hình vuông $ABCD$, tâm O . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

- A.** $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA}$. **B.** $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{CA}$. **C.** $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CA}$. **D.** $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CA}.$$

Câu 13: Cho lục giác đều $ABCDEF$ có tâm O . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A.** $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF} = \vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO} = \vec{0}$.
C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{FE} = \vec{0}$. **D.** $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{FA} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{FA}.$$

Câu 14: Cho tam giác ABC có trọng tâm G . Gọi M là trung điểm BC , G_1 là điểm đối xứng của G qua M . Vectơ tổng $\overrightarrow{G_1B} + \overrightarrow{G_1C}$ bằng

- A.** $\overrightarrow{GA}$. **B.** $\overrightarrow{BC}$. **C.** $\overrightarrow{G_1A}$. **D.** $\overrightarrow{G_1M}$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{G_1B} + \overrightarrow{G_1C} = \overrightarrow{G_1G} = \overrightarrow{GA}.$$

Câu 15: Xét tam giác ABC có trọng tâm G và tâm đường tròn ngoại tiếp O thỏa mãn $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$. Hỏi trong các khẳng định sau, có bao nhiêu khẳng định đúng?

- 1) $\overrightarrow{OG} = \vec{0}$;
- 2) Tam giác ABC là tam giác vuông cân;
- 3) Tam giác ABC là tam giác đều;
- 4) Tam giác ABC là tam giác cân.

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OG} + \overrightarrow{OG} + \overrightarrow{OG} = \vec{0} \Rightarrow O \equiv G$. Do đó tam giác ABC là tam giác đều.

Câu 16: Xét tam giác ABC có trọng tâm H và tâm đường tròn ngoại tiếp O thỏa mãn $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \vec{0}$. Hỏi trong các khẳng định sau, có bao nhiêu khẳng định đúng?

- 1) $\overrightarrow{HG} = \vec{0}$;
- 2) Tam giác ABC là tam giác vuông cân;
- 3) $\overrightarrow{OG} = \vec{0}$;
- 4) Tam giác ABC là tam giác cân.

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \overrightarrow{HG} + \overrightarrow{HG} + \overrightarrow{HG} = \vec{0} \Rightarrow H \equiv G$. Do đó tam giác ABC là tam giác đều.

Câu 17: Xét tam giác ABC nội tiếp có O là tâm đường tròn ngoại tiếp, H là trực tâm. Gọi D là điểm đối xứng của A qua O . Hỏi trong các khẳng định sau, có bao nhiêu khẳng định đúng?

- 1) $\overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \overrightarrow{HD}$;
- 2) $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{HA}$;
- 3) $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \overrightarrow{HH_1}$, với H_1 là điểm đối xứng của H qua O ;
- 4) Nếu $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \vec{0}$ thì tam giác ABC là tam giác đều.

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \overrightarrow{HD} \Rightarrow \overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \overrightarrow{HH_1}.$$

Nếu $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \vec{0}$ thì $\overrightarrow{HH_1} = \vec{0}$, suy ra $H \equiv O$.

Câu 18: Cho 5 điểm phân biệt M, N, P, Q, R . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MP}$.

B. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{PR}$.

C. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MR}$.

D. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MN}$.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MN}.$$

Câu 19: Cho hình bình hành $ABCD$, tâm O . Vector tổng $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC}$ bằng

- A.** $\vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{BD}$. **C.** $\overrightarrow{OC}$. **D.** $\overrightarrow{OA}$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CC} = \vec{0}.$$

Câu 20: Cho n điểm phân biệt trên mặt phẳng. Bạn An kí hiệu chúng là $A_1, A_2, \dots, A_n$. Bạn Bình kí hiệu chúng là $B_1, B_2, \dots, B_n$ ($A_i \neq B_n$). Vector tổng $\overrightarrow{A_1B_1} + \overrightarrow{A_2B_2} + \dots + \overrightarrow{A_nB_n}$ bằng

- A.** $\vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{A_1A_n}$. **C.** $\overrightarrow{B_1B_n}$. **D.** $\overrightarrow{A_1B_n}$.

Lời giải

Chọn A

Lấy điểm O bất kì. Khi đó

$$\overrightarrow{A_1B_1} + \overrightarrow{A_2B_2} + \dots + \overrightarrow{A_nB_n} = (\overrightarrow{A_1O} + \overrightarrow{A_2O} + \dots + \overrightarrow{A_nO}) + (\overrightarrow{OB_1} + \overrightarrow{OB_2} + \dots + \overrightarrow{OB_n})$$

Vì $\{B_1, B_2, \dots, B_n\} = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ nên

$$\overrightarrow{OB_1} + \overrightarrow{OB_2} + \dots + \overrightarrow{OB_n} = \overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OA_2} + \dots + \overrightarrow{OA_n}$$

$$\text{Do đó } \overrightarrow{A_1B_1} + \overrightarrow{A_2B_2} + \dots + \overrightarrow{A_nB_n} = (\overrightarrow{A_1O} + \overrightarrow{OA_1}) + (\overrightarrow{A_2O} + \overrightarrow{OA_2}) + \dots + (\overrightarrow{A_nO} + \overrightarrow{OA_n}) = \vec{0}.$$

DẠNG 2: VECTO ĐỐI, HIỆU CỦA HAI VECTO

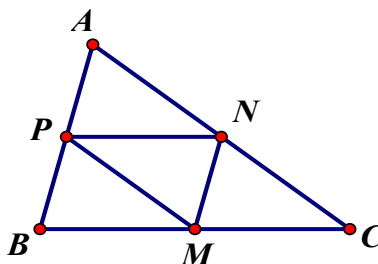
1 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1. Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Chứng minh rằng:

a) $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BM} = \vec{0}$

b) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}$ với O là điểm bất kì.

Lời giải



a) Vì tứ giác $APMN$ là hình bình hành nên theo quy tắc hình bình hành ta có $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AM}$, kết hợp với quy tắc trừ

$$\Rightarrow \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{CM} + \overrightarrow{BM}$$

Mà $\overrightarrow{CM} + \overrightarrow{BM} = \vec{0}$ do M là trung điểm của BC .

Vậy $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BM} = \vec{0}$.

b) Theo quy tắc ba điểm ta có

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} &= (\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PA}) + (\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{MB}) + (\overrightarrow{ON} + \overrightarrow{NC}) \\ &= (\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}) + \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{NC} \\ &= (\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}) - (\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP}) \end{aligned}$$

$$\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP} = \vec{0} \text{ suy ra } \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}.$$

Câu 2. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $AB'C'D'$ có chung đỉnh A . Chứng minh rằng $\overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{D'D} = \vec{0}$

Lời giải

Theo quy tắc trừ và quy tắc hình bình hành ta có

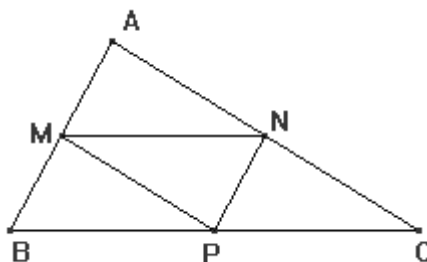
$$\begin{aligned} \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{D'D} &= (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AB'}) + (\overrightarrow{AC'} - \overrightarrow{AC}) + (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AD'}) \\ &= (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) - \overrightarrow{AC} - (\overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD'}) + \overrightarrow{AC} = \vec{0}. \end{aligned}$$

Câu 3. Cho tam giác ABC . Các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, AC, BC .

a) Tìm $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN}$; $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{NC}$; $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{PN}$; $\overrightarrow{BP} - \overrightarrow{CP}$.

b) Phân tích $\overrightarrow{AM}$ theo hai vector $\overrightarrow{MN}$; $\overrightarrow{MP}$.

Lời giải



$$a) \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{NM}$$

$$\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{MN} - \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{PN} \text{ (Vì } \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{MP} \text{)}$$

$$\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{PN} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MP}$$

$$\overrightarrow{BP} - \overrightarrow{CP} = \overrightarrow{BP} + \overrightarrow{PC} = \overrightarrow{BC}$$

$$b) \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MP} - \overrightarrow{MN}.$$

Câu 4. Cho 5 điểm A, B, C, D, E. Chứng minh rằng: $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DE} - \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$

Lời giải

$$\text{Ta có } -\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CD}; -\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{EC} \text{ nên}$$

$$\text{VT} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DE} - \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CB}$$

$$= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB} = \text{VP} \Rightarrow \text{đpcm.}$$

Câu 5. Cho n điểm phân biệt trên mặt phẳng. Bạn An kí hiệu chúng là $A_1, A_2, \dots, A_n$. Bạn Bình kí hiệu chúng là $B_1, B_2, \dots, B_n$ ($A_i \neq B_n$). Chứng minh rằng: $\overrightarrow{A_1B_1} + \overrightarrow{A_2B_2} + \dots + \overrightarrow{A_nB_n} = \vec{0}$.

Lời giải

Lấy điểm O bất kì. Khi đó

$$\overrightarrow{A_1B_1} + \overrightarrow{A_2B_2} + \dots + \overrightarrow{A_nB_n} = (\overrightarrow{OB_1} + \overrightarrow{OB_2} + \dots + \overrightarrow{OB_n}) - (\overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OA_2} + \dots + \overrightarrow{OA_n})$$

Vì $\{B_1, B_2, \dots, B_n\} = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ nên

$$\overrightarrow{OB_1} + \overrightarrow{OB_2} + \dots + \overrightarrow{OB_n} = \overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OA_2} + \dots + \overrightarrow{OA_n}$$

$$\text{Do đó } \overrightarrow{A_1B_1} + \overrightarrow{A_2B_2} + \dots + \overrightarrow{A_nB_n} = \vec{0}.$$

Câu 5: Chọn khẳng định sai:

- A.** Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.
B. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{AI} - \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{AB}$.
C. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{AI} - \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.
D. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{BI} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{BA} \neq \vec{0}.$$

Câu 6: Cho 4 điểm bất kỳ A, B, C, D . Đẳng thức nào sau đây là đúng:

- A.** $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CO}$. **B.** $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$.
C. $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$. **D.** $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{BA}$.

Lời giải

Chọn B

$$\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AC} = \vec{0}.$$

Câu 7: Cho các điểm phân biệt A, B, C, D . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{DA}$. **B.** $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AD}$.
C. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{DA}$. **D.** $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{BC}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}, \quad \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DB}.$$

$$\text{Vậy: } \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{BC}.$$

Câu 8: Chỉ ra vector tổng $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{QP} + \overrightarrow{RN} - \overrightarrow{PN} + \overrightarrow{QR}$ trong các vector sau

- A.** $\overrightarrow{MR}$. **B.** $\overrightarrow{MQ}$. **C.** $\overrightarrow{MP}$. **D.** $\overrightarrow{MN}$.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR} + \overrightarrow{RN} = \overrightarrow{MN}.$$

Câu 9: Cho hình bình hành $ABCD$ và điểm M tùy ý. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}$. **B.** $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MB}$.
C. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{CM} + \overrightarrow{MD}$. **D.** $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MD} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MD} = \vec{0}$$

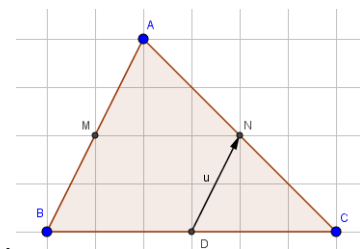
$$\Leftrightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} = \vec{0} \text{ (đúng)}.$$

Câu 10: Cho tam giác ABC có M, N, D lần lượt là trung điểm của AB, AC, BC . Khi đó, các vector đối của vector $\overrightarrow{DN}$ là:

- A.** $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{ND}$. **B.** $\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{ND}$. **C.** $\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{AM}$. **D.** $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{BM}, \overrightarrow{ND}$.

Lời giải

Chọn A



Nhìn hình ta thấy vector đối của vector $\overrightarrow{DN}$ là $\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{MB}$, $\overrightarrow{ND}$.

Câu 11: Cho các điểm phân biệt A, B, C . Đẳng thức nào sau đây **đúng**?

- A.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$.
C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{CA}$. **D.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB}$.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}.$$

Câu 12: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Khi đó $\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$ bằng

- A.** $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB}$. **B.** $\overrightarrow{AB}$. **C.** $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{DO}$. **D.** $\overrightarrow{CD}$.

Lời giải

Chọn B

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA} \text{ (qui tắc 3 điểm).}$$

Câu 13: Cho bốn điểm A, B, C, D phân biệt. Khi đó vector $\vec{u} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{DB}$ là:

- A.** $\vec{u} = \vec{0}$. **B.** $\vec{u} = \overrightarrow{AD}$. **C.** $\vec{u} = \overrightarrow{CD}$. **D.** $\vec{u} = \overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn D

$$\vec{u} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}.$$

Câu 14: Cho bốn điểm A, B, C, D phân biệt. Khi đó vector $\vec{u} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AB}$ bằng:

- A.** $\vec{u} = \overrightarrow{AD}$. **B.** $\vec{u} = \vec{0}$. **C.** $\vec{u} = \overrightarrow{CD}$. **D.** $\vec{u} = \overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn B

$$\vec{u} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DB} = \vec{0}.$$

Câu 15: Cho 4 điểm A, B, C, D . Đẳng thức nào sau đây **đúng**?

- A.** $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{DB}$. **B.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$.
C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$. **D.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{CB}$.

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}.$$

Câu 16: Cho Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} - \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{DO} = \vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{DO} = \vec{0}$.
C. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{CO} - \overrightarrow{OD} = \vec{0}$. **D.** $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{DO} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{DO} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{DO} = \vec{0}$.

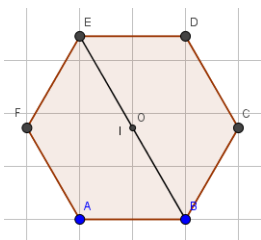
Do $\overrightarrow{AO}$, $\overrightarrow{CO}$ đối nhau, $\overrightarrow{BO}$, $\overrightarrow{DO}$ đối nhau.

Câu 17: Cho Cho lục giác đều $ABCDEF$ và O là tâm của nó. Đẳng thức nào dưới đây là đẳng thức **sai**?

- A.** $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{EO} = \vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AD}$.
C. $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{EB} - \overrightarrow{OC}$. **D.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{EF} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AO} - \overrightarrow{OA} = 2\overrightarrow{AO} \neq \vec{0}$.

Câu 18: Cho hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CB}$. **B.** $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BC}$.
C. $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AD}$. **D.** $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CA}$.

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CB}$.

Câu 19: Cho 4 điểm A, B, C, D . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$. **B.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$.
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$. **D.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BC}$.

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DB}$.

Câu 20: Cho $\triangle ABC$, vẽ bên ngoài tam giác các hình bình hành $ABEF$, $ACPQ$, $BCMN$. Xét các mệnh đề:

- (I) $\overrightarrow{NE} + \overrightarrow{FQ} = \overrightarrow{MP}$
 (II) $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{QP} = -\overrightarrow{MN}$
 (III) $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{AQ} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{MC}$

Mệnh đề đúng là :

- A.** Chỉ (I). **B.** Chỉ (III). **C.** (I) và (II). **D.** Chỉ (II).

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{NE} + \overrightarrow{FQ} = \overrightarrow{MP}$.

DẠNG 3: CHỨNG MINH ĐẲNG THỨC VECTO



BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1. Cho năm điểm A, B, C, D, E . Chứng minh rằng

$$a) \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED} \quad b) \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{EC} = \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CB}$$

Lời giải

a) Biến đổi về trái ta có

$$\begin{aligned} VT &= (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}) + \overrightarrow{CD} + (\overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DA}) \\ &= (\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED}) + (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD}) + \overrightarrow{DA} \\ &= (\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED}) + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DA} \\ &= \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED} = VP. \end{aligned}$$

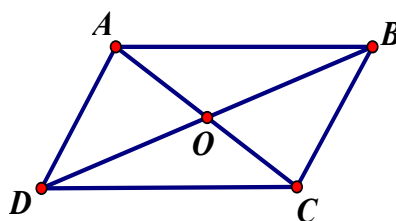
b) Đẳng thức tương đương với

$$\begin{aligned} (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AE}) + (\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CB}) - \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{DB} &= \vec{0} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{DB} &= \vec{0} \\ \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DB} &= \vec{0} \text{ (đúng).} \end{aligned}$$

Câu 2. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . M là một điểm bất kì trong mặt phẳng. Chứng minh rằng

$$\begin{aligned} a) \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC} &= \vec{0} \\ b) \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} &= \vec{0} \\ c) \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} &= \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}. \end{aligned}$$

Lời giải



$$\begin{aligned} a) \text{ Ta có } \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC} &= -\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC} \\ &= -(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) + \overrightarrow{AC} \end{aligned}$$

Theo quy tắc hình bình hành ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ suy ra

$$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC} = \vec{0}$$

$$b) \text{ Vì } ABCD \text{ là hình bình hành nên ta có: } \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CO} \Rightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AO} = \vec{0}$$

Tương tự: $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$.

c) Cách 1: Vì ABCD là hình bình hành nên $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} &= \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DC} \\ &= \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} \end{aligned}$$

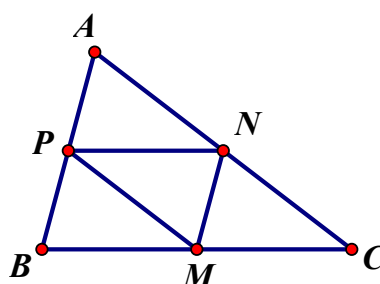
Cách 2: Đẳng thức tương đương với

$$\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MD} - \overrightarrow{MC} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD} \text{ (đúng do } ABCD \text{ là hình bình hành).}$$

Câu 3. Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Chứng minh rằng:

$$\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP} = \vec{0}.$$

Lời giải



Vì PN, MN là đường trung bình của tam giác ABC nên

$PN \parallel BM, MN \parallel BP$ suy ra tứ giác $BMNP$ là hình bình hành

$$\Rightarrow \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{PN}$$

N là trung điểm của $AC \Rightarrow \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{NA}$

Do đó theo quy tắc ba điểm ta có

$$\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP} = (\overrightarrow{PN} + \overrightarrow{NA}) + \overrightarrow{AP}$$

$$= \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AP} = \vec{0}.$$

Câu 4. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $AB'C'D'$ có chung đỉnh A . Chứng minh rằng $\overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{D'D} = \vec{0}$

Lời giải

Theo quy tắc trừ và quy tắc hình bình hành ta có

$$\overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{D'D} = (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AB'}) + (\overrightarrow{AC'} - \overrightarrow{AC}) + (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AD'})$$

$$= (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) - \overrightarrow{AC} - (\overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD'}) + \overrightarrow{AC} = \vec{0}.$$

Câu 5: Cho hình bình hành $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{BC}$. Chứng minh rằng: $\overrightarrow{AQ} = \vec{0}$.

Lời giải

Theo quy tắc ba điểm ta có $\overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC}$

Mặt khác $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DB}$ suy ra $\overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DB} = \vec{0}$.

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Cho 5 điểm phân biệt M, N, P, Q, R . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MP}$. B. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{PR}$.
C. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MR}$. D. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MN}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR} + \overrightarrow{RN} = \overrightarrow{MN}$.

Câu 2: Cho hình bình hành $ABCD$, đẳng thức vectơ nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$.
C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC}$. D. $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn A

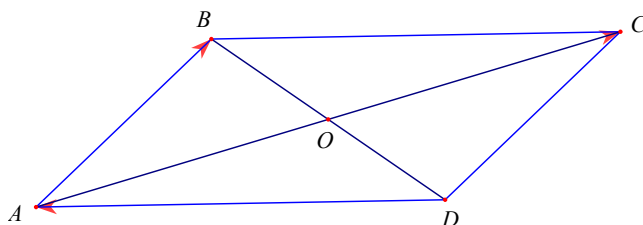
Đẳng thức vectơ $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA}$ đúng theo quy tắc cộng hình bình hành.

Câu 3: Cho hình bình hành $ABCD$ có tâm O . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DA}$. B. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BO}$.
C. $\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{CD}$. D. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{BD}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$. Do $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$ nên $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DA}$.

Câu 4: Cho 4 điểm bất kì A, B, C, O . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{BA}$. B. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CO}$.
C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$. D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OA}$.

Lời giải

Chọn B

$$\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = -\overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{BA} \text{ nên A sai}$$

$$\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CO} \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CA} = -\overrightarrow{CO} \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{CO} \Leftrightarrow \overrightarrow{OC} = -\overrightarrow{CO} \text{ nên B đúng.}$$

Câu 5: Cho 3 điểm phân biệt A, B, C . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$. B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC}$.
C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC}$.

Lời giải

Chọn B

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC}.$$

Câu 6: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Khi đó $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BO}$ bằng

- A. $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB}$. B. $\overrightarrow{AB}$. C. $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{DO}$. D. $\overrightarrow{CD}$.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}.$$

Câu 7: Cho 6 điểm A, B, C, D, E, F . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AF}$.
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AE}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AD}$.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} & \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} \\ &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FA} \\ &= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{EA} = \vec{0} \end{aligned}$$

Câu 8: Cho hình bình hành $ABCD$, gọi M, N lần lượt là trung điểm của đoạn BC và AD . Tính tổng $\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{MC}$.

- A. $\overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{NM}$. C. $\overrightarrow{CA}$. D. $\overrightarrow{MN}$.

Lời giải

Chọn A

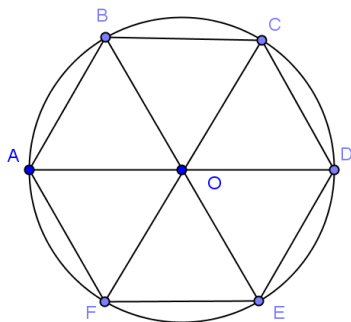
$$\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{AC}.$$

Câu 9: Cho lục giác đều $ABCDEF$ và O là tâm của nó. Đẳng thức nào dưới đây là đẳng thức sai?

- A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OE} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AD}$.
C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{EB}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FE} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn D



$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AD} \neq \vec{0}.$$

Câu 10: Cho 6 điểm A, B, C, D, E, F . Tổng véc tơ: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF}$ bằng

- A.** $\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{DB}$. **B.** $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DF}$.
C. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CF} + \overrightarrow{EB}$. **D.** $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DF}$.

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} = (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB}) + (\overrightarrow{CF} + \overrightarrow{FD}) + (\overrightarrow{EB} + \overrightarrow{BF}) = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CF} + \overrightarrow{EB}.$$

Câu 11: Cho các điểm phân biệt A, B, C, D, E, F . Đẳng thức nào sau đây **sai**?

- A.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{BC}$. **B.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{CB}$.
C. $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{AC}$. **D.** $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{EC}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{BC}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} - \overrightarrow{ED} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{FB} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CB} = \vec{0} \text{ (vô lý).}$$

Câu 12: Cho các điểm phân biệt A, B, C, D . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA}$. **B.** $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DA}$.
C. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AD}$. **D.** $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}.$$

Câu 13: Cho hình bình hành $ABCD$ với I là giao điểm của hai đường chéo. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

- A.** $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$. **C.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$. **D.** $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$.

Lời giải

Chọn D

$ABCD$ là hình bình hành với I là giao điểm của hai đường chéo nên I là trung điểm của AC và BD nên ta có: $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$; $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

Câu 14: Cho tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$. **B.** $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CB}$.

C. $\overrightarrow{AA} + \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{AB}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} \Rightarrow$ B đúng.

Câu 15: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$.

C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{AD}$. D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{CB}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi M là trung điểm AB , ta có: $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = 2\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{DA}$.

Câu 16: Cho lục giác đều $ABCDEF$ và O là tâm của nó. Đẳng thức nào dưới đây là đẳng thức **sai**?

A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OE} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AD}$.

C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{EB}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FE} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn D

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} = \vec{0}$.

Câu 17: Cho tam giác ABC , trung tuyến AM . Trên cạnh AC lấy điểm E và F sao cho $AE = EF = FC$, BE cắt AM tại N . Chọn mệnh đề đúng:

A. $\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NM} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NE} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{NE} + \overrightarrow{NF} = \overrightarrow{EF}$.

Lời giải

Chọn A

Trong tam giác BCE có MF là đường trung bình nên $MF \parallel BE \Rightarrow MF \parallel NE$

N là trung điểm của AM nên $\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NM} = \vec{0}$.

Câu 18: Cho tam giác ABC . Gọi D, E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB . Hệ thức nào là đúng?

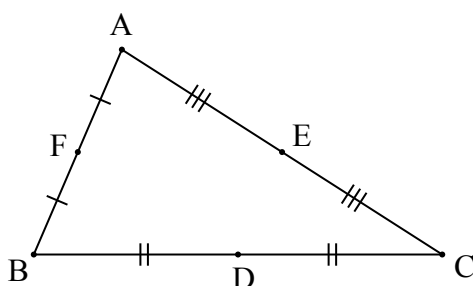
A. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{BD}$.

B. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$.

D. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$.

Lời giải



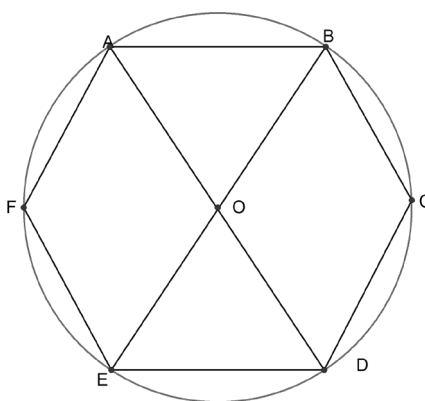
Chọn A

$$\begin{aligned}
 \text{Ta có } \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} &= \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{FD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{EF} \\
 &= \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{FD} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EF} \\
 &= \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{FE} \\
 &= \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{BD} + \vec{0} \\
 &= \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{BD}.
 \end{aligned}$$

Câu 19: Cho hình lục giác đều $ABCDEF$, tâm O . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{FE} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD}$. **B.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{FE}$
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FA} = 6|\overrightarrow{AB}|$. **D.** $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{DE} - \overrightarrow{DC} = \vec{0}$.

Lời giải



Chọn A

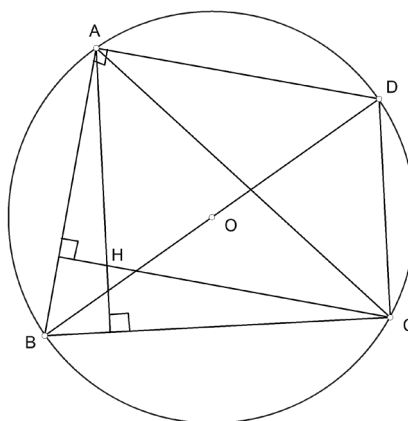
$$\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{FE} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD}.$$

Câu 20: Cho tam giác ABC có trực tâm H , D là điểm đối xứng với B qua tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CH}$. **B.** $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$.
C. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{HD}$. **D.** $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: Vì D đối xứng với B qua O nên D thuộc đường tròn (O)

$AD \parallel CH$ (cùng vuông góc với AB)

$AH // CD$ (cùng vuông góc với BC)

Suy ra $ADHC$ là hình bình hành

Vậy $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CH}$.

DẠNG 4: CÁC BÀI TOÁN XÁC ĐỊNH ĐIỂM THỎA ĐẲNG THỨC VEC TƠ



BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1. Cho $\triangle ABC$, tìm M thỏa $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

Lời giải

$$\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{MC} \Leftrightarrow \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{BA}.$$

Suy ra M là điểm cuối của vec tơ có điểm đầu là C sao cho $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{BA}$.

Câu 2. Cho $\triangle ABC$, tìm M thỏa $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MB}$.

Lời giải

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \overrightarrow{CM} = \vec{0}$$

Suy ra M trùng C .

Câu 3. $\triangle ABC$, tìm điểm M thỏa $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BM} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$.

Lời giải

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BM} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$$

Suy ra M là trung điểm AC .

Câu 4. $\triangle ABC$, tìm điểm M thỏa $\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{CM} - \overrightarrow{CB}$.

Lời giải

$$\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{CM} - \overrightarrow{CB} \Leftrightarrow \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BM} \Leftrightarrow \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{BA}.$$

Suy ra M là điểm thỏa $ABCM$ là hình bình hành.

Câu 5. Cho tứ giác $ABCD$, tìm điểm M thỏa $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{CD}$.

Lời giải

$$\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{CD}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{CD}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{CD}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{DM} = \overrightarrow{BD}.$$

Vậy M là điểm đối xứng với B qua D .



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Cho đoạn thẳng AB , M là điểm thỏa $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M là trung điểm AB .

B. M trùng A .

- C. M trùng B . **D.** A là trung điểm MB .

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BA} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \vec{0} \Leftrightarrow A \text{ là trung điểm } MB.$$

- Câu 2:** Cho 2 điểm phân biệt A, B . Tìm điểm I thỏa $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{BI}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A.** I là trung điểm AB . **B.** I thuộc đường trung trực của AB .
C. Không có điểm I . **D.** Có vô số điểm I .

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{BI} \Leftrightarrow \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0} \Leftrightarrow I \text{ là trung điểm } AB.$$

- Câu 3:** Cho $\triangle ABC$, B . Tìm điểm I để $\overrightarrow{IA}$ và $\overrightarrow{CB}$ cùng phương. Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A.** I là trung điểm AB . **B.** I thuộc đường trung trực của AB .
C. Không có điểm I . **D.** Có vô số điểm I .

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{IA} \text{ và } \overrightarrow{CB} \text{ cùng phương nên } AI \parallel CB. \text{ Suy ra có vô số điểm } I.$$

- Câu 4:** Cho 2 điểm phân biệt A, B . Tìm điểm M thỏa $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = \vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A.** M là trung điểm AB . **B.** M thuộc đường trung trực của AB .
C. Không có điểm M . **D.** Có vô số điểm M .

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} = \vec{0} \text{ (vô lý).}$$

- Câu 5:** Cho đoạn thẳng AB , M là điểm thỏa $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MA} = \vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A.** M là trung điểm AB . **B.** M trùng A .
C. M trùng B . **D.** A là trung điểm MB .

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MA} = \vec{0} \text{ suy ra } M \text{ là trung điểm } AB.$$

- Câu 6:** Cho tam giác ABC , M là điểm thỏa $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A.** M là trung điểm AB . **B.** M là trọng tâm $\triangle ABC$.
C. M trùng B . **D.** A là trung điểm MB .

Lời giải

Chọn B

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \text{ nên } M \text{ là trọng tâm } \triangle ABC.$$

- Câu 7:** Cho tứ giác $ABCD$, M là điểm thỏa $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** M trùng D . **B.** M trùng A . **C.** M trùng B . **D.** M trùng C .

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC}.$$

Câu 8: Cho $ABCD$ là hình bình hành, M là điểm thỏa $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** M trùng D . **B.** M trùng A . **C.** M trùng B . **D.** M trùng C .

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}.$$

Câu 9: Cho $ABCD$ là hình bình hành tâm O , M là điểm thỏa $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{OC}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** M trùng O . **B.** M trùng A . **C.** M trùng B . **D.** M trùng C .

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{OC} \text{ suy ra } \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AO} \text{ (} O \text{ là trung điểm } AC \text{) nên } M \text{ trùng } O.$$

Câu 10: Cho $ABCD$ là hình bình hành tâm O , M là điểm thỏa $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** M trùng D . **B.** M trùng A . **C.** M trùng B . **D.** M trùng C .

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}, \text{ suy ra } M \text{ trùng } D.$$

Câu 11: Cho $ABCD$ là hình bình hành tâm O , M là điểm thỏa $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** M trùng O . **B.** M trùng A . **C.** M trùng B . **D.** M trùng C .

Lời giải

Chọn B

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{O}.$$

Câu 12: Cho tứ giác $PQRN$ có O là giao điểm 2 đường chéo, M là điểm thỏa $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{ON}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** M trùng P . **B.** M trùng Q .
C. M trùng O . **D.** M trùng R .

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} \Leftrightarrow \overrightarrow{NM} = \overrightarrow{NO}.$$

Câu 13: Cho ΔABC , tìm điểm M thỏa $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{CM} - \overrightarrow{CA}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** M là trung điểm AB . **B.** M là trung điểm BC .
C. M là trung điểm CA . **D.** M là trọng tâm ΔABC .

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{CM} - \overrightarrow{CA} \Leftrightarrow \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AM} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$$

Suy ra M là trọng tâm ΔABC .

Câu 14: Cho ΔDEF , tìm M thỏa $\overrightarrow{MD} - \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{MF} = \overrightarrow{ED}$. **B.** $\overrightarrow{FM} = \overrightarrow{ED}$. **C.** $\overrightarrow{EM} = \overrightarrow{DF}$. **D.** $\overrightarrow{FM} = \overrightarrow{DE}$.

Lời giải

Chọn B

$$\overrightarrow{MD} - \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{MF} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{FM} = \overrightarrow{ED}.$$

Suy ra M là điểm cuối của vec tơ có điểm đầu là F sao cho $\overrightarrow{FM} = \overrightarrow{ED}$.

Câu 15: Cho ΔDEF , M là điểm thỏa $\overrightarrow{MD} - \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{EM} = \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{EF}$. **B.** $\overrightarrow{FD} = \overrightarrow{EM}$. **C.** $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MF} = \overrightarrow{EM}$. **D.** $\overrightarrow{FM} = \overrightarrow{DE}$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{MD} - \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{MF} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{FM} = \overrightarrow{ED}.$$

Suy ra $DEFM$ là hình bình hành. Do đó $\overrightarrow{EM} = \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{EF}$.

Câu 16: Cho ΔABC có O là trung điểm BC , tìm M thỏa $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MB}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** M trùng A . **B.** M trùng B . **C.** M trùng O . **D.** M trùng C .

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \overrightarrow{CM} = \vec{0}$$

Suy ra M trùng C .

Câu 17: Cho ΔABC , tìm điểm M thỏa $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BM} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** M là trung điểm AB . **B.** M là trung điểm BC .
C. M là trung điểm CA . **D.** M là trọng tâm ΔABC .

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BM} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$$

Suy ra M là trung điểm AC .

Câu 18: Cho ΔABC , điểm M thỏa $\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{CM} - \overrightarrow{CB}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** M trùng A . **B.** M trùng B .
C. $ACMB$ là hình bình hành. **D.** $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BM}$.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{CM} - \overrightarrow{CB} \Leftrightarrow \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BM} \Leftrightarrow \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{BA}$$

Suy ra M là điểm thỏa $ABCM$ là hình bình hành. Nên $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BM}$.

Câu 19: Cho $\triangle ABC$, D là trung điểm AB , E là trung điểm BC , điểm M thỏa $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BM} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CM}$. B. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{ED}$.
C. M là trung điểm BC . D. $\overrightarrow{EM} = \overrightarrow{BD}$.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BM} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{O}$$

Suy ra M là trung điểm AC . Suy ra $BEMD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{EM} = \overrightarrow{BD}$.

Câu 20: Cho tứ giác $ABCD$, điểm M thỏa $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{CD}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. M là trung điểm AB . B. M là trung điểm BC .
C. D là trung điểm BM . D. M là trung điểm DC .

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{CD}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{CD}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{CD}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{DM} = \overrightarrow{BD}$$

DẠNG 5: CÁC BÀI TOÁN TÍNH ĐỘ DÀI CỦA VEC TƠ

1 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Tính $|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}|$.

Lời giải

Theo quy tắc đường chéo hình bình hành, ta có $|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2}$.

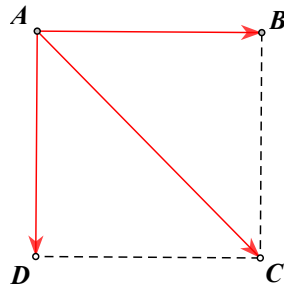
Câu 2. Cho tam giác ABC đều cạnh a . Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$.

Lời giải

Gọi M là điểm sao cho $ABMC$ là hình bình hành. Ta có $AB = AC$ nên $ABMC$ là hình thoi. Gọi O là tâm hình thoi $ABMC$. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AM}| = AM = 2AO = a\sqrt{3}$.

Câu 3. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh $2a$. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}|$.

Lời giải



Ta có $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = 2a\sqrt{2}$.

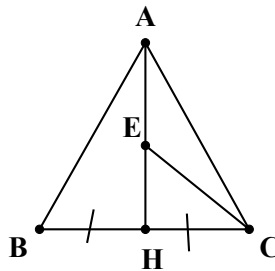
Câu 4. Cho tam giác ABC đều có cạnh $AB = 5$, H là trung điểm của BC . Tính $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}|$.

Lời giải

Gọi M là điểm sao cho $CHMA$ là hình bình hành.

Ta có: $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = |\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CH}| = |\overrightarrow{CM}| = CM = 2CE$ (E là tâm của hình bình hành $CHMA$).

Ta lại có: $AH = \frac{5\sqrt{3}}{2}$ ($\triangle ABC$ đều, AH là đường cao).

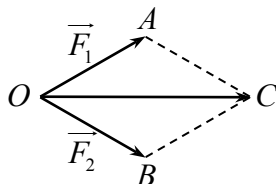


Trong tam giác HEC vuông tại H , có:

$$EC = \sqrt{CH^2 + HE^2} = \sqrt{2.5^2 + \left(\frac{5\sqrt{3}}{4}\right)^2} = \frac{5\sqrt{7}}{4} \Rightarrow |\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = 2CE = \frac{5\sqrt{7}}{2}.$$

Câu 5. Có hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ cùng tác động vào một vật đứng tại điểm O , biết hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đều có cường độ là 50 (N) và chúng hợp với nhau một góc 60° . Hỏi vật đó phải chịu một lực tổng hợp có cường độ bằng bao nhiêu?

Lời giải



Giả sử $\vec{F}_1 = \overrightarrow{OA}, \vec{F}_2 = \overrightarrow{OB}$.

Theo quy tắc hình bình hành, suy ra $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \overrightarrow{OC}$, như hình vẽ.

Ta có $\widehat{AOB} = 60^\circ$, $OA = OB = 50$, nên tam giác OAB đều, suy ra $OC = 50\sqrt{3}$.

Vậy $|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = |\vec{OC}| = 50\sqrt{3} \text{ (N)}.$



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Cho tam giác ABC đều cạnh a . Tính $|\vec{AB} + \vec{AC}|$.

- A.** $|\vec{AB} + \vec{AC}| = a\sqrt{3}.$ **B.** $|\vec{AB} + \vec{AC}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$ **C.** $|\vec{AB} + \vec{AC}| = 2a.$ **D.** $|\vec{AB} + \vec{AC}| = 2a\sqrt{3}.$

Lời giải

Chọn A

Gọi M là điểm sao cho $ABMC$ là hình bình hành. Ta có $AB = AC$ nên $ABMC$ là hình thoi. Gọi O là tâm hình thoi $ABMC$. $|\vec{AB} + \vec{AC}| = |\vec{AM}| = AM = 2AO = a\sqrt{3}.$

Câu 2: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Độ dài $|\vec{AD} + \vec{AB}|$ bằng

- A.** $2a$ **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}.$ **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}.$ **D.** $a\sqrt{2}.$

Lời giải

Chọn D

Theo quy tắc đường chéo hình bình hành, ta có

$$|\vec{AD} + \vec{AB}| = |\vec{AC}| = AC = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2}.$$

Câu 3: Cho tam giác đều ABC cạnh a , mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $|\vec{AC}| = \vec{BC}.$ **B.** $\vec{AC} = a.$ **C.** $\vec{AB} = \vec{AC}.$ **D.** $|\vec{AB}| = a.$

Lời giải

Chọn D

$$|\vec{AB}| = AB = a.$$

Câu 4: Cho $\vec{AB}$ khác $\vec{0}$ và cho điểm C . Có bao nhiêu điểm D thỏa $|\vec{AB}| = |\vec{CD}|$?

- A.** Vô số. **B.** 1 điểm. **C.** 2 điểm. **D.** Không có điểm nào.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } |\vec{AB}| = |\vec{CD}| \Leftrightarrow AB = CD.$$

Suy ra tập hợp các điểm D là đường tròn tâm C bán kính AB .

Câu 5: Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau đây:

- A.** $\vec{0}$ cùng hướng với mọi vector. **B.** $\vec{0}$ cùng phương với mọi vector.
C. $\vec{AA} = \vec{0}.$ **D.** $|\vec{AB}| > 0.$

Lời giải

Chọn D

Mệnh đề $|\overrightarrow{AB}| > 0$ là mệnh đề **sai**, vì khi $A \equiv B$ thì $|\overrightarrow{AB}| = 0$.

Câu 6: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm I ; G là trọng tâm tam giác BCD . Đẳng thức nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC}$.

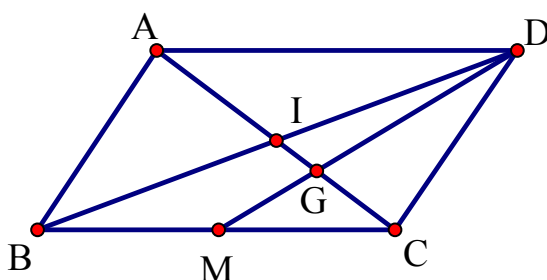
B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$.

C. $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}|$.

D. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{DC}$ (vô lý) $\rightarrow$ A sai.

G là trọng tâm tam giác BCD ; A là một điểm nằm ngoài tam giác $BCD \rightarrow$ đẳng thức ở đáp án B đúng.

Ta có $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{BD}|$ và $|\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}| = |\overrightarrow{DB}|$. Mà $|\overrightarrow{DB}| = |\overrightarrow{BD}| \rightarrow$ đáp án C đúng.

Ta có $\overrightarrow{IA}$ và $\overrightarrow{IC}$ đối nhau, có độ dài bằng nhau $\Leftrightarrow \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$; tương tự $\Leftrightarrow \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{ID} = \vec{0} \rightarrow$ đáp án D là đúng.

Câu 7: Cho tam giác ABC đều có cạnh $AB = 5$, H là trung điểm của BC . Tính $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}|$.

A. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{5\sqrt{3}}{2}$. **B.** $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = 5$. **C.** $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{5\sqrt{7}}{4}$. **D.** $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{5\sqrt{7}}{2}$.

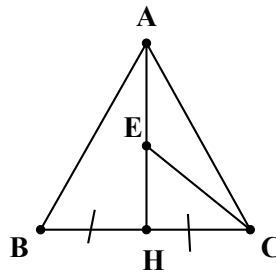
Lời giải

Chọn D

Gọi M là điểm sao cho $CHMA$ là hình bình hành.

Ta có: $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = |\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CH}| = |\overrightarrow{CM}| = CM = 2CE$ (E là tâm của hình bình hành $CHMA$).

Ta lại có: $AH = \frac{5\sqrt{3}}{2}$ ($\triangle ABC$ đều, AH là đường cao).



Trong tam giác HEC vuông tại H , có:

$$EC = \sqrt{CH^2 + HE^2} = \sqrt{2.5^2 + \left(\frac{5\sqrt{3}}{4}\right)^2} = \frac{5\sqrt{7}}{4} \Rightarrow |\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = 2CE = \frac{5\sqrt{7}}{2}.$$

Câu 8: Gọi O là giao điểm của hai đường chéo hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây sai?

- A. $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$. B. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$. C. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC}$. D. $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC}$.

Lời giải

Chọn C

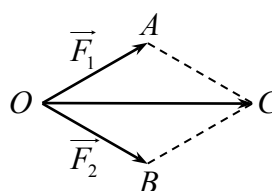
Ta có O là trung điểm của AC nên $\overrightarrow{OA} = -\overrightarrow{OC}$.

Câu 9: Có hai lực $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$ cùng tác động vào một vật đứng tại điểm O , biết hai lực $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$ đều có cường độ là 50 (N) và chúng hợp với nhau một góc 60° . Hỏi vật đó phải chịu một lực tổng hợp có cường độ bằng bao nhiêu?

- A. 100 (N). B. $50\sqrt{3}$ (N). C. $100\sqrt{3}$ (N). D. Đáp án khác.

Lời giải

Chọn B



Giả sử $\overrightarrow{F_1} = \overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{OB}$.

Theo quy tắc hình bình hành, suy ra $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{OC}$, như hình vẽ.

Ta có $\widehat{AOB} = 60^\circ$, $OA = OB = 50$, nên tam giác OAB đều, suy ra $OC = 50\sqrt{3}$.

Vậy $|\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}| = |\overrightarrow{OC}| = 50\sqrt{3}$ (N).

Câu 10: Cho tứ giác $ABCD$ có $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ và $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$. B. $ABCD$ là hình thoi.
C. $|\overrightarrow{CD}| = |\overrightarrow{BC}|$. D. $ABCD$ là hình thang cân.

Lời giải

Chọn D

Tứ giác $ABCD$ có $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow ABCD$ là hình bình hành (1), nên $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

Mà $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$ (2).

Từ (1) và (2) ta có $ABCD$ là hình thoi nên $|\overrightarrow{CD}| = |\overrightarrow{BC}|$.

Câu 11: Cho tam giác ABC vuông cân tại A có $AB = a$. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$.

- A.** $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a\sqrt{2}$. **B.** $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2a$. **D.** $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a$.

Lời giải

Chọn A

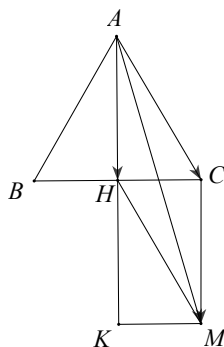
Gọi D là điểm thỏa $ABDC$ là hình bình hành. Tam giác ABC vuông cân tại A suy ra $ABDC$ là hình vuông. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AD}| = 2AM = BC = a\sqrt{2}$.

Câu 12: Cho tam giác ABC đều cạnh a , có AH là đường trung tuyến. Tính $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AH}|$.

- A.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $2a$. **C.** $\frac{a\sqrt{13}}{2}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C



Dựng $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AH} \Rightarrow AHMC$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AM} \Rightarrow |\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AH}| = AM$.

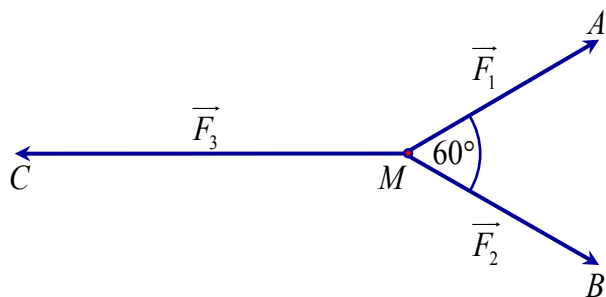
Gọi K đối xứng với A qua $BC \Rightarrow \triangle AKM$ vuông tại K .

$$AK = 2AH = a\sqrt{3}; \quad KM = CH = \frac{a}{2}.$$

$$AM = \sqrt{AK^2 + KM^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{13}}{2}.$$

Câu 13: Cho ba lực $\overrightarrow{F_1} = \overrightarrow{MA}$, $\overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{MB}$, $\overrightarrow{F_3} = \overrightarrow{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên.

Cho biết cường độ của $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$ đều bằng $25N$ và góc $\widehat{AMB} = 60^\circ$. Khi đó cường độ lực của $\overrightarrow{F_3}$ là

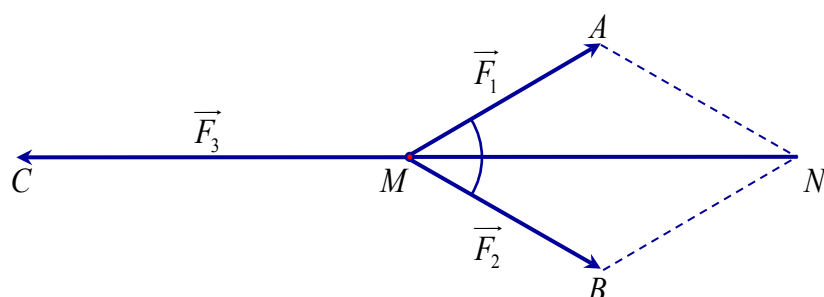


- A.** $25\sqrt{3} \text{ N}$. **B.** $50\sqrt{3} \text{ N}$. **C.** $50\sqrt{2} \text{ N}$. **D.** $100\sqrt{3} \text{ N}$.

Lời giải

Chọn A

Vật đứng yên nên ba lực đã cho cân bằng. Ta được $\vec{F}_3 = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)$.



Dựng hình bình hành $AMBN$. Ta có $-\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = -\vec{MA} - \vec{MB} = -\vec{MN}$.

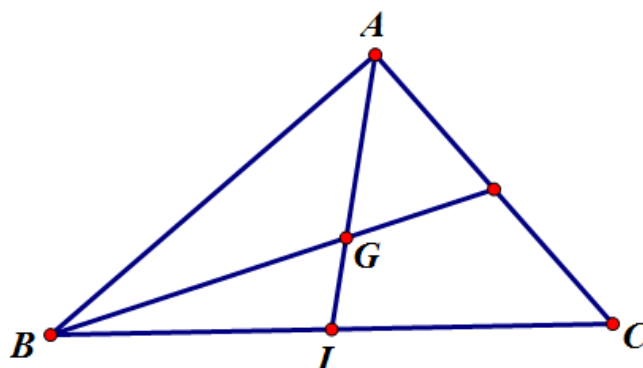
Suy ra $|\vec{F}_3| = |-\vec{MN}| = MN = \frac{2\sqrt{3}MA}{2} = 25\sqrt{3}$.

Câu 14: Cho tam giác ABC có G là trọng tâm, I là trung điểm BC . Tìm khẳng định **sai**.

- A.** $|\vec{IB} + \vec{IC} + \vec{IA}| = IA$. **B.** $|\vec{IB} + \vec{IC}| = BC$. **C.** $|\vec{AB} + \vec{AC}| = 2AI$. **D.** $|\vec{AB} + \vec{AC}| = 3GA$.

Lời giải

Chọn B



$|\vec{IB} + \vec{IC} + \vec{IA}| = |\vec{0} + \vec{IA}| = |\vec{IA}| = IA$ (Do I là trung điểm BC) nên khẳng định ở A đúng.

$|\vec{AB} + \vec{AC}| = |\vec{AD}| = AD = 2AI$ (Gọi D là điểm thỏa $ABDC$ là hình bình hành, I là trung điểm BC) nên khẳng định ở C đúng.

$|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2AI = 3GA$ (Do G là trọng tâm tam giác ABC) nên khẳng định ở D đúng.

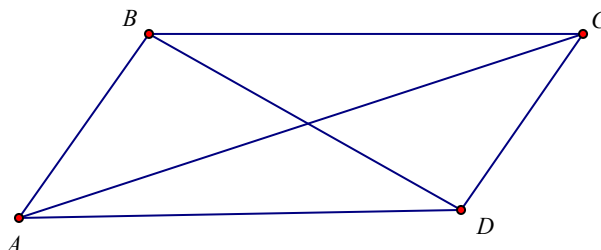
$|\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC}| = |\vec{0}| = 0$ (Do I là trung điểm BC) nên khẳng định ở B sai.

Câu 15: Cho hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây **sai**?

- A.** $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|$. **B.** $|\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{DA}|$. **C.** $|\overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{BC}|$. **D.** $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$.

Lời giải

Chọn A



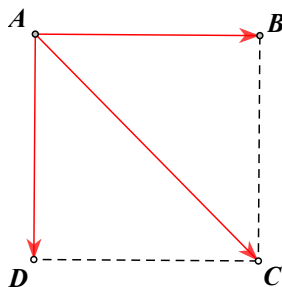
Ta có $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|$ là đẳng thức sai vì độ dài hai đường chéo của hình bình hành không bằng nhau.

Câu 16: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh $2a$. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}|$.

- A.** $4a\sqrt{2}$. **B.** $4a$. **C.** $2a\sqrt{2}$. **D.** $2a$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = 2a\sqrt{2}$.

Câu 17: Cho tam giác ABC đều, cạnh $2a$, trọng tâm G . Độ dài vector $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GC}$ là

- A.** $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{2a}{3}$. **C.** $\frac{4a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có : $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GB} - (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC}) = \overrightarrow{GB} - (-\overrightarrow{GB})$ vì $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

Khi đó $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GC}| = |\overrightarrow{GE}| = 2GB = 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{2} = \frac{4a\sqrt{3}}{3}$ (E đối xứng với G qua M).

Câu 18: Tam giác ABC thỏa mãn: $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$ thì tam giác ABC là

- A.** Tam giác vuông A . **B.** Tam giác vuông C .
C. Tam giác vuông B . **D.** Tam giác cân tại C .

Lời giải

Chọn A

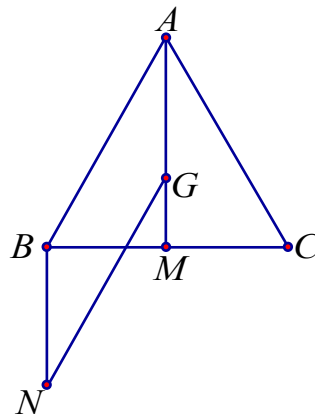
Gọi E là trung điểm BC , M là điểm thỏa $ABCM$ là hình bình hành. Ta có $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}| \Leftrightarrow |\overrightarrow{AM}| = |\overrightarrow{CB}| \Leftrightarrow AE = \frac{1}{2}BC$. Trung tuyến kẻ từ A bằng một nửa cạnh BC nên tam giác ABC vuông tại A .

Câu 19: Cho tam giác đều ABC cạnh $2a$ có G là trọng tâm. Khi đó $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GC}|$ là

- A.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{4a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{2a}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm BC , dựng điểm N sao cho $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{AG}$.

Ta có: $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GC}| = |\overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GC}| = |\overrightarrow{GB} - (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC})| = |2\overrightarrow{GB}| = 2.GB = 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{2} = \frac{4a\sqrt{3}}{3}$

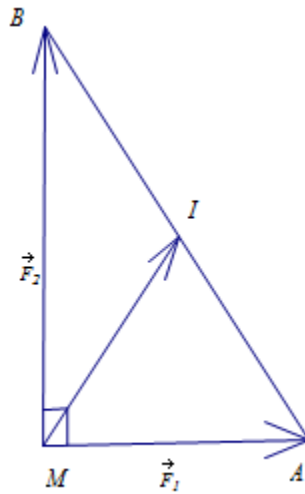
(E đối xứng với B qua G).

Câu 20: Cho hai lực $\overrightarrow{F_1} = \overrightarrow{MA}$, $\overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{MB}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M cường độ hai lực $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$ lần lượt là $300(\text{N})$ và $400(\text{N})$. $\widehat{AMB} = 90^\circ$. Tìm cường độ của lực tổng hợp tác động vào vật.

- A.** $0(\text{N})$. **B.** $700(\text{N})$. **C.** $100(\text{N})$. **D.** $500(\text{N})$.

Lời giải

Chọn D



Cường độ lực tổng hợp của $|\vec{F}| = |\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = |\vec{MA} + \vec{MB}| = 2|\vec{MI}| = AB$ (I là trung điểm của AB). Ta có $AB = \sqrt{MA^2 + MB^2} = 500$ suy ra $|\vec{F}| = 500(N)$.