

CHƯƠNG

I

VECTƠ

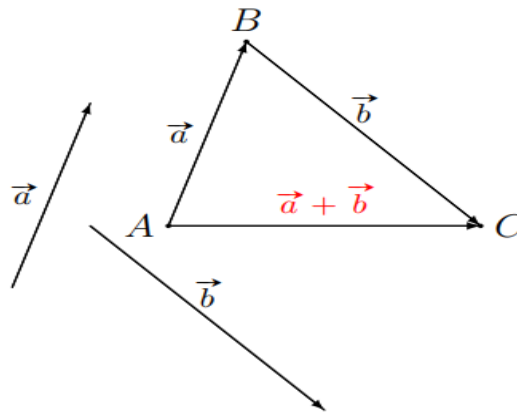
BÀI 8: TỔNG VÀ HIỆU HAI VECTO



LÝ THUYẾT.

1. TỔNG CỦA HAI VECTO

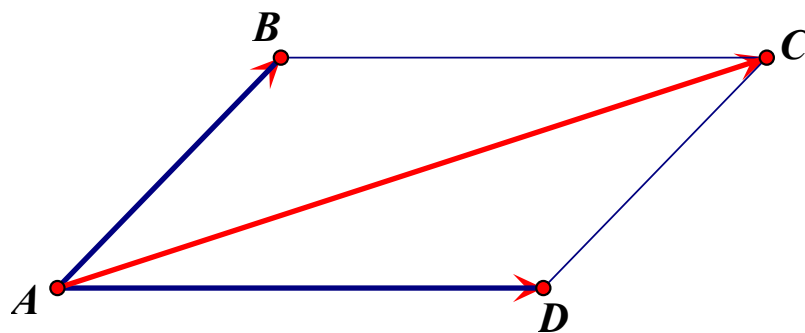
1.1. Định nghĩa: Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Lấy một điểm A tùy ý, vẽ $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$. Vector $\overrightarrow{AC}$ được gọi là **tổng** của hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$, kí hiệu $\vec{a} + \vec{b}$. Vậy $\overrightarrow{AC} = \vec{a} + \vec{b}$.



1.2. Các quy tắc:

+ **Quy tắc ba điểm:** Với ba điểm A, B, C , ta luôn có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.

+ **Quy tắc hình bình hành:** Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành, ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.



1.3. Tính chất: Với ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ tùy ý, ta có:

+ Tính chất giao hoán: $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$.

+ Tính chất kết hợp: $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$.

+ Tính chất của vector - không: $\vec{a} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{a} = \vec{a}$.

2. HIỆU CỦA HAI VECTƠ

1.1. Định nghĩa:

- + Vector đối của vector $\vec{a}$, kí hiệu là $-\vec{a}$, là một vector ngược hướng và có cùng độ dài với vector $\vec{a}$.
- + Vector $\vec{0}$ được coi là đối vector của chính nó.
- + Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Ta gọi hiệu của hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là vector $\vec{a} + (-\vec{b})$, kí hiệu $\vec{a} - \vec{b}$.

1.2. Quy tắc về hiệu vectơ:

Với ba điểm O, A, B tùy ý, ta luôn có: $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AB}$.

Chú yí:

- + Điểm I là trung điểm của đoạn thẳng AB khi và chỉ khi $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.
- + Điểm G là trọng tâm của tam giác ABC khi và chỉ khi $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

 VÍ DỤ MINH HỌA.

Câu 1. Cho hình bình hành $ABCD$ với M và N lần lượt là trung điểm của BC và AD . Tìm tổng của hai vector:

- a) $\overrightarrow{NC}$ và $\overrightarrow{MC}$ b) $\overrightarrow{AM}$ và $\overrightarrow{CD}$

Câu 2. Cho tam giác ABC . Các điểm M , N và P lần lượt là trung điểm các cạnh AB , AC và BC .

- 1) Tìm các hiệu sau $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN}$; $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{NC}$ và $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{PN}$;
- 2) Phân tích vector $\overrightarrow{AM}$ theo hai vector $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{MP}$.

Câu 3. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a với tâm là O . Tính:

- a) Độ dài vector $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CB}$ b) Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}|$.

Câu 4. Cho bốn điểm bất kỳ A, B, C và D . Hãy chứng minh đẳng thức: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.

Câu 5. Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Chứng minh rằng:

- a) $\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP} = \vec{0}$
b) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}$, với O là điểm bất kì.

Câu 6. Cho tam giác ABC . Xác định điểm M thỏa điều kiện $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

Câu 7. Gọi G là trọng tâm tam giác vuông ABC , với cạnh huyền $BC = 12$. Tính độ dài của vectơ $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$.

Câu 8. Cho tứ giác lồi $ABCD$ có I, J lần lượt là trung điểm hai cạnh AD, BC và G là trung điểm IJ . Gọi P là điểm đối xứng của G qua I, Q là điểm đối xứng của G qua J . Chứng minh các đẳng thức vectơ sau:

- a) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{GP}$; $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GQ}$. b) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

Câu 9. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2$, $AD = 1$. Gọi I là trung điểm CD . Hãy tính:

- a) $\left| \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} \right|$. b) $\left| \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AI} \right|$.

Câu 10. Cho tam giác ABC , đặt: $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$; $\vec{v} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$. Tìm điều kiện của tam giác ABC để:

- a) $|\vec{u}| = |\vec{v}|$. b) $\vec{u} \perp \vec{v}$.



BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA.

4.6. Cho bốn điểm bất kỳ A, B, C, D . Hãy chứng minh rằng

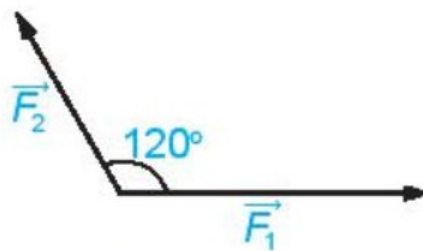
a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$.

b) $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BD}$

4.7. Cho hình bình hành $ABCD$. Hãy tìm điểm M để $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$. Tìm mối quan hệ giữa hai vec tơ $\overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{CM}$.

4.8. Cho tam giác đều ABC cạnh a . Tính độ dài các vec tơ $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

4.9. Hình 4.19 biểu diễn hai lực $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}$ cùng tác động lên một vật, cho $|\overrightarrow{F_1}| = 3N, |\overrightarrow{F_2}| = 2N$. Tính độ lớn của hợp lực $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}$.



Hình 4.19

4.10. Hai con tàu xuất phát cùng lúc từ bờ bên này để sang bờ bên kia của dòng sông với vận tốc riêng không đổi và có độ lớn bằng nhau. Hai tàu luôn được giữ lái sao cho chúng tạo với bờ cùng một góc nhọn nhưng một tàu hướng xuống hạ lưu, một tàu hướng lên thượng nguồn (hình vẽ). Vận tốc dòng nước là đáng kể, các yếu tố bên ngoài khác không ảnh hưởng đến vận tốc của các tàu. Hỏi tàu nào sang bờ bên kia trước?





HỆ THỐNG BÀI TẬP.

DẠNG 1: CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN TỔNG CÁC VECTO



BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1. Cho hình bình hành $ABCD$, xác định các vectơ $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DA}$.

Câu 2. Cho tam giác ABC , xác định các vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

Câu 3. Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O , xác định các vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OD}$, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{OD}$.

Câu 4. Cho n điểm $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$, xác định vectơ

$$\overrightarrow{A_{n-1}A_n} + \overrightarrow{A_{n-2}A_{n-1}} + \overrightarrow{A_{n-3}A_{n-2}} + \dots + \overrightarrow{A_2A_3} + \overrightarrow{A_1A_2}.$$

Câu 5. Cho tam giác ABC . Bên ngoài của tam giác vẽ các hình bình hành $ABIJ$, $BCPQ$, $CARS$. Chứng minh rằng $\overrightarrow{RJ} + \overrightarrow{IQ} + \overrightarrow{PS} = \vec{0}$.



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Cho ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ và $\vec{c}$ khác vectơ-không. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$.

B. $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$.

C. $\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}$.

D. $\vec{0} + \vec{a} = \vec{0}$.

Câu 2: Cho hình bình hành $ABCD$. Vector tổng $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}$ bằng

A. $\overrightarrow{CA}$.

B. $\overrightarrow{BD}$.

C. $\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{DB}$.

Câu 3: Cho ba điểm phân biệt A, B, C . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$.

C. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA}$.

D. $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BA}$.

Câu 4: Cho bốn điểm phân biệt A, B, C, D . Vector tổng $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA}$ bằng

A. $\vec{0}$.

B. $\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{BD}$.

D. $\overrightarrow{BA}$.

Câu 5: Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, BC, CA . Vector tổng $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NP}$ bằng

A. $\overrightarrow{BP}$.

B. $\overrightarrow{MN}$.

C. $\overrightarrow{CP}$.

D. $\overrightarrow{PA}$.

Câu 6: Cho hình bình hành $ABCD$ và gọi I là giao điểm của hai đường chéo. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{IB}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$.

C. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{IB}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{IA} = \overrightarrow{BI}$.

Câu 7: Cho hình bình hành $ABCD$ và gọi I là giao điểm của hai đường chéo. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{IB}$.

B. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{DI}$.

C. $\overrightarrow{ID} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{IC}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CI} = \overrightarrow{IA}$.

Câu 8: Cho các điểm phân biệt M, N, P, Q, R . Xác định vectơ tổng $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RP} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR}$.

- A. $\overrightarrow{MP}$. B. $\overrightarrow{MN}$. C. $\overrightarrow{MQ}$. D. $\overrightarrow{MR}$.

Câu 9: Cho hình bình hành $ABCD$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$. C. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB}$. D. $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{DB}$.

Câu 10: Cho tam giác ABC và M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} = \vec{0}$.
C. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PM} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MP}$.

Câu 11: Cho lục giác đều $ABCDEF$ có tâm O . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OE} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{EB}$.
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AD}$.

Câu 12: Cho hình vuông $ABCD$, tâm O . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA}$. B. $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{CA}$. C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CA}$. D. $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$.

Câu 13: Cho lục giác đều $ABCDEF$ có tâm O . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO} = \vec{0}$.
C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{FE} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{FA} = \vec{0}$.

Câu 14: Cho tam giác ABC có trọng tâm G . Gọi M là trung điểm BC , G_1 là điểm đối xứng của G qua M . Vector tổng $\overrightarrow{G_1B} + \overrightarrow{G_1C}$ bằng

- A. $\overrightarrow{GA}$. B. $\overrightarrow{BC}$. C. $\overrightarrow{G_1A}$. D. $\overrightarrow{G_1M}$.

Câu 15: Xét tam giác ABC có trọng tâm G và tâm đường tròn ngoại tiếp O thỏa mãn $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$. Hỏi trong các khẳng định sau, có bao nhiêu khẳng định đúng?

- 1) $\overrightarrow{OG} = \vec{0}$;
- 2) Tam giác ABC là tam giác vuông cân;
- 3) Tam giác ABC là tam giác đều;
- 4) Tam giác ABC là tam giác cân.

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 16: Xét tam giác ABC có trọng tâm H và tâm đường tròn ngoại tiếp O thỏa mãn $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \vec{0}$. Hỏi trong các khẳng định sau, có bao nhiêu khẳng định đúng?

- 1) $\overrightarrow{HG} = \vec{0}$;
- 2) Tam giác ABC là tam giác vuông cân;
- 3) $\overrightarrow{OG} = \vec{0}$;
- 4) Tam giác ABC là tam giác cân.

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 17: Xét tam giác ABC nội tiếp có O là tâm đường tròn ngoại tiếp, H là trực tâm. Gọi D là điểm đối xứng của A qua O . Hỏi trong các khẳng định sau, có bao nhiêu khẳng định đúng?

- 1) $\overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \overrightarrow{HD}$;

2) $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{HA}$;

3) $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \overrightarrow{HH_1}$, với H_1 là điểm đối xứng của H qua O ;

4) Nếu $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \vec{0}$ thì tam giác ABC là tam giác đều.

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Câu 18: Cho 5 điểm phân biệt M, N, P, Q, R . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MP}$.

B. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{PR}$.

C. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MR}$.

D. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MN}$.

Câu 19: Cho hình bình hành $ABCD$, tâm O . Vector tổng $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC}$ bằng

A. $\vec{0}$.

B. $\overrightarrow{BD}$.

C. $\overrightarrow{OC}$.

D. $\overrightarrow{OA}$.

Câu 20: Cho n điểm phân biệt trên mặt phẳng. Bạn An kí hiệu chúng là $A_1, A_2, \dots, A_n$. Bạn Bình kí hiệu chúng là $B_1, B_2, \dots, B_n$ ($A_i \neq B_n$). Vector tổng $\overrightarrow{A_1B_1} + \overrightarrow{A_2B_2} + \dots + \overrightarrow{A_nB_n}$ bằng

A. $\vec{0}$.

B. $\overrightarrow{A_1A_n}$.

C. $\overrightarrow{B_1B_n}$.

D. $\overrightarrow{A_1B_n}$.

DẠNG 2: VECTO ĐỐI, HIỆU CỦA HAI VECTO



BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1. Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Chứng minh rằng:

a) $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BM} = \vec{0}$

b) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}$ với O là điểm bất kì.

Câu 2. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $AB'C'D'$ có chung đỉnh A . Chứng minh rằng $\overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{D'D} = \vec{0}$

Câu 3. Cho tam giác ABC . Các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, AC, BC .

a) Tìm $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN}; \overrightarrow{MN} - \overrightarrow{NC}; \overrightarrow{MN} - \overrightarrow{PN}; \overrightarrow{BP} - \overrightarrow{CP}$.

b) Phân tích $\overrightarrow{AM}$ theo hai vector $\overrightarrow{MN}; \overrightarrow{MP}$.

Câu 4. Cho 5 điểm A, B, C, D, E . Chứng minh rằng: $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DE} - \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$

Câu 5. Cho n điểm phân biệt trên mặt phẳng. Bạn An kí hiệu chúng là $A_1, A_2, \dots, A_n$. Bạn Bình kí hiệu chúng là $B_1, B_2, \dots, B_n$ ($A_i \neq B_n$). Chứng minh rằng: $\overrightarrow{A_1B_1} + \overrightarrow{A_2B_2} + \dots + \overrightarrow{A_nB_n} = \vec{0}$.



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là các vector khác $\vec{0}$ với $\vec{a}$ là vector đối của $\vec{b}$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. Hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ cùng phương.

B. Hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ ngược hướng.

C. Hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ cùng độ dài.

D. Hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ chung điểm đầu.

- Câu 2:** Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây sai?
A. $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{CD}$. **B.** $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA}$.
C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$. **D.** $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DA}$.
- Câu 3:** Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. Tính $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}$.
A. $\overrightarrow{BC}$. **B.** $\overrightarrow{DA}$. **C.** $\overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA}$. **D.** $\overrightarrow{AB}$.
- Câu 4:** Cho O là tâm hình bình hành $ABCD$. Hỏi vector $(\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{DO})$ bằng vector nào?
A. $\overrightarrow{BA}$. **B.** $\overrightarrow{BC}$. **C.** $\overrightarrow{DC}$. **D.** $\overrightarrow{AC}$.
- Câu 5:** Chọn khẳng định sai:
A. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.
B. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{AI} - \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{AB}$.
C. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{AI} - \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.
D. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{BI} = \vec{0}$.
- Câu 6:** Cho 4 điểm bất kỳ A, B, C, D . Đẳng thức nào sau đây là đúng:
A. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CO}$. **B.** $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$.
C. $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$. **D.** $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{BA}$.
- Câu 7:** Cho các điểm phân biệt A, B, C, D . Đẳng thức nào sau đây đúng?
A. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{DA}$. **B.** $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AD}$.
C. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{DA}$. **D.** $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{BC}$.
- Câu 8:** Chỉ ra vector tổng $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{QP} + \overrightarrow{RN} - \overrightarrow{PN} + \overrightarrow{QR}$ trong các vector sau
A. $\overrightarrow{MR}$. **B.** $\overrightarrow{MQ}$. **C.** $\overrightarrow{MP}$. **D.** $\overrightarrow{MN}$.
- Câu 9:** Cho hình bình hành $ABCD$ và điểm M tùy ý. Đẳng thức nào sau đây đúng?
A. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}$. **B.** $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MB}$.
C. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{CM} + \overrightarrow{MD}$. **D.** $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$.
- Câu 10:** Cho tam giác ABC có M, N, D lần lượt là trung điểm của AB, AC, BC . Khi đó, các vector đối của vector $\overrightarrow{DN}$ là:
A. $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{ND}$. **B.** $\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{ND}$. **C.** $\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{AM}$. **D.** $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{BM}, \overrightarrow{ND}$.
- Câu 11:** Cho các điểm phân biệt A, B, C . Đẳng thức nào sau đây đúng?
A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$. **C.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{CA}$. **D.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB}$.
- Câu 12:** Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Khi đó $\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$ bằng
A. $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB}$. **B.** $\overrightarrow{AB}$. **C.** $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{DO}$. **D.** $\overrightarrow{CD}$.
- Câu 13:** Cho bốn điểm A, B, C, D phân biệt. Khi đó vector $\vec{u} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{DB}$ là:
A. $\vec{u} = \vec{0}$. **B.** $\vec{u} = \overrightarrow{AD}$. **C.** $\vec{u} = \overrightarrow{CD}$. **D.** $\vec{u} = \overrightarrow{AC}$.
- Câu 14:** Cho bốn điểm A, B, C, D phân biệt. Khi đó vector $\vec{u} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AB}$ bằng:
A. $\vec{u} = \overrightarrow{AD}$. **B.** $\vec{u} = \vec{0}$. **C.** $\vec{u} = \overrightarrow{CD}$. **D.** $\vec{u} = \overrightarrow{AC}$.
- Câu 15:** Cho 4 điểm A, B, C, D . Đẳng thức nào sau đây đúng?
A. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{DB}$. **B.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$.
C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$. **D.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{CB}$.
- Câu 16:** Cho Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Đẳng thức nào sau đây đúng?
A. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} - \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{DO} = \vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{DO} = \vec{0}$.
C. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{CO} - \overrightarrow{OD} = \vec{0}$. **D.** $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{DO} = \vec{0}$.
- Câu 17:** Cho Cho lục giác đều $ABCDEF$ và O là tâm của nó. Đẳng thức nào dưới đây là đẳng thức sai?

A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{EO} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AD}$.

C. $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{EB} - \overrightarrow{OC}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{EF} = \vec{0}$.

Câu 18: Cho hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CB}$.

B. $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AD}$.

D. $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CA}$.

Câu 19: Cho 4 điểm A, B, C, D . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BC}$.

Câu 20: Cho $\triangle ABC$, vẽ bên ngoài tam giác các hình bình hành $ABEF$, $ACPQ$, $BCM N$. Xét các mệnh đề:

(I) $\overrightarrow{NE} + \overrightarrow{FQ} = \overrightarrow{MP}$

(II) $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{QP} = -\overrightarrow{MN}$

(III) $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{AQ} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{MC}$

Mệnh đề đúng là :

A. Chỉ (I).

B. Chỉ (III).

C. (I) và (II).

D. Chỉ (II).

DẠNG 3: CHỨNG MINH ĐẲNG THỨC VECTO

1 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1. Cho năm điểm A, B, C, D, E . Chứng minh rằng

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED}$

b) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{EC} = \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CB}$

Câu 2. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . M là một điểm bất kì trong mặt phẳng. Chứng minh rằng

a) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC} = \vec{0}$

b) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$

c) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$.

Câu 3. Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Chứng minh rằng:

$\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP} = \vec{0}$.

Câu 4. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $AB'C'D'$ có chung đỉnh A . Chứng minh rằng

$\overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{D'D} = \vec{0}$

Câu 5. Cho hình bình hành $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{BC}$. Chứng minh rằng: $\overrightarrow{AQ} = \vec{0}$.

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Cho 5 điểm phân biệt M, N, P, Q, R . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MP}$.

B. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{PR}$.

C. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MR}$.

D. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MN}$.

Câu 2: Cho hình bình hành $ABCD$, đẳng thức vectơ nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$.

C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC}$.

D. $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

Câu 3: Cho hình bình hành $ABCD$ có tâm O . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DA}$. B. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BO}$. C. $\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{CD}$. D. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{BD}$.

Câu 4: Cho 4 điểm bất kì A, B, C, O . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{BA}$. B. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CO}$. C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$. D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OA}$.

Câu 5: Cho 3 điểm phân biệt A, B, C . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$. B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC}$. C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC}$.

Câu 6: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Khi đó $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BO}$ bằng

A. $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB}$. B. $\overrightarrow{AB}$. C. $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{DO}$. D. $\overrightarrow{CD}$.

Câu 7: Cho 6 điểm A, B, C, D, E, F . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AF}$.
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AE}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AD}$.

Câu 8: Cho hình bình hành $ABCD$, gọi M, N lần lượt là trung điểm của đoạn BC và AD . Tính tổng $\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{MC}$.

A. $\overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{NM}$. C. $\overrightarrow{CA}$. D. $\overrightarrow{MN}$.

Câu 9: Cho lục giác đều $ABCDEF$ và O là tâm của nó. Đẳng thức nào dưới đây là đẳng thức sai?

A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OE} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AD}$.
C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{EB}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FE} = \vec{0}$.

Câu 10: Cho 6 điểm A, B, C, D, E, F . Tổng véc tơ: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF}$ bằng

A. $\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{DB}$. B. $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DF}$. C. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CF} + \overrightarrow{EB}$. D. $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DF}$.

Câu 11: Cho các điểm phân biệt A, B, C, D, E, F . Đẳng thức nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{CB}$.
C. $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{EC}$.

Câu 12: Cho các điểm phân biệt A, B, C, D . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA}$. B. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DA}$.
C. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AD}$. D. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$.

Câu 13: Cho hình bình hành $ABCD$ với I là giao điểm của hai đường chéo. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

A. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$. C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$. D. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$.

Câu 14: Cho tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CB}$. C. $\overrightarrow{AA} + \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{AB}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB}$.

Câu 15: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Tìm khẳng định sai trong các khẳng định sau:

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$. C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{AD}$. D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{CB}$.

Câu 16: Cho lục giác đều $ABCDEF$ và O là tâm của nó. Đẳng thức nào dưới đây là đẳng thức sai?

A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OE} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AD}$. C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{EB}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FE} = \vec{0}$.

Câu 17: Cho tam giác ABC , trung tuyến AM . Trên cạnh AC lấy điểm E và F sao cho $AE = EF = FC$, BE cắt AM tại N . Chọn mệnh đề đúng:

A. $\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NM} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} = \vec{0}$. C. $\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NE} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{NE} + \overrightarrow{NF} = \overrightarrow{EF}$.

Câu 18: Cho tam giác ABC . Gọi D, E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB . Hệ thức nào là đúng?

A. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{BD}$. B. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$.
C. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$. D. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$.

Câu 19: Cho hình lục giác đều $ABCDEF$, tâm O . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{FE} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{FE}$

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FA} = 6|\overrightarrow{AB}|$.

D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{DE} - \overrightarrow{DC} = \vec{0}$.

Câu 20: Cho tam giác ABC có trực tâm H , D là điểm đối xứng với B qua tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CH}$.

B. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$.

C. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{HD}$.

D. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$.

DẠNG 4: CÁC BÀI TOÁN XÁC ĐỊNH ĐIỂM THỎA ĐẲNG THỨC VEC TƠ

1 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1. Cho $\triangle ABC$, tìm M thỏa $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{O}$.

Câu 2. Cho $\triangle ABC$, tìm M thỏa $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MB}$.

Câu 3. $\triangle ABC$, tìm điểm M thỏa $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BM} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$.

Câu 4. $\triangle ABC$, tìm điểm M thỏa $\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{CM} - \overrightarrow{CB}$.

Câu 5. Cho tứ giác $ABCD$, tìm điểm M thỏa $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{CD}$.

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Cho đoạn thẳng AB , M là điểm thỏa $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BA} = \vec{O}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M là trung điểm AB .

B. M trùng A .

C. M trùng B .

D. A là trung điểm MB .

Câu 2: Cho 2 điểm phân biệt A, B . Tìm điểm I thỏa $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{BI}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. I là trung điểm AB .

B. I thuộc đường trung trực của AB .

C. Không có điểm I .

D. Có vô số điểm I .

Câu 3: Cho $\triangle ABC$, B . Tìm điểm I để $\overrightarrow{IA}$ và $\overrightarrow{CB}$ cùng phương. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. I là trung điểm AB .

B. I thuộc đường trung trực của AB .

C. Không có điểm I .

D. Có vô số điểm I .

Câu 4: Cho 2 điểm phân biệt A, B . Tìm điểm M thỏa $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = \vec{O}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M là trung điểm AB .

B. M thuộc đường trung trực của AB .

C. Không có điểm M .

D. Có vô số điểm M .

Câu 5: Cho đoạn thẳng AB , M là điểm thỏa $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MA} = \vec{O}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M là trung điểm AB .

B. M trùng A .

C. M trùng B .

D. A là trung điểm MB .

Câu 6: Cho tam giác ABC , M là điểm thỏa $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{O}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M là trung điểm AB .

B. M là trọng tâm $\triangle ABC$.

C. M trùng B .

D. A là trung điểm MB .

- Câu 7:** Cho tứ giác $ABCD$, M là điểm thỏa $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. M trùng D . **B.** M trùng A . **C.** M trùng B . **D.** M trùng C .
- Câu 8:** Cho $ABCD$ là hình bình hành, M là điểm thỏa $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. M trùng D . **B.** M trùng A . **C.** M trùng B . **D.** M trùng C .
- Câu 9:** Cho $ABCD$ là hình bình hành tâm O , M là điểm thỏa $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{OC}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. M trùng O . **B.** M trùng A . **C.** M trùng B . **D.** M trùng C .
- Câu 10:** Cho $ABCD$ là hình bình hành tâm O , M là điểm thỏa $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. M trùng D . **B.** M trùng A . **C.** M trùng B . **D.** M trùng C .
- Câu 11:** Cho $ABCD$ là hình bình hành tâm O , M là điểm thỏa $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. M trùng O . **B.** M trùng A . **C.** M trùng B . **D.** M trùng C .
- Câu 12:** Cho tứ giác $PQRN$ có O là giao điểm 2 đường chéo, M là điểm thỏa $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{ON}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. M trùng P . **B.** M trùng Q . **C.** M trùng O . **D.** M trùng R .
- Câu 13:** Cho $\triangle ABC$, tìm điểm M thỏa $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{CM} - \overrightarrow{CA}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. M là trung điểm AB . **B.** M là trung điểm BC .
C. M là trung điểm CA . **D.** M là trọng tâm $\triangle ABC$.
- Câu 14:** Cho $\triangle DEF$, tìm M thỏa $\overrightarrow{MD} - \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \overrightarrow{O}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. $\overrightarrow{MF} = \overrightarrow{ED}$. **B.** $\overrightarrow{FM} = \overrightarrow{ED}$. **C.** $\overrightarrow{EM} = \overrightarrow{DF}$. **D.** $\overrightarrow{FM} = \overrightarrow{DE}$.
- Câu 15:** Cho $\triangle DEF$, M là điểm thỏa $\overrightarrow{MD} - \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \overrightarrow{O}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. $\overrightarrow{EM} = \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{EF}$. **B.** $\overrightarrow{FD} = \overrightarrow{EM}$. **C.** $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MF} = \overrightarrow{EM}$. **D.** $\overrightarrow{FM} = \overrightarrow{DE}$.
- Câu 16:** Cho $\triangle ABC$ có O là trung điểm BC , tìm M thỏa $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MB}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. M trùng A . **B.** M trùng B . **C.** M trùng O . **D.** M trùng C .
- Câu 17:** Cho $\triangle ABC$, tìm điểm M thỏa $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BM} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. M là trung điểm AB . **B.** M là trung điểm BC .
C. M là trung điểm CA . **D.** M là trọng tâm $\triangle ABC$.
- Câu 18:** Cho $\triangle ABC$, điểm M thỏa $\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{CM} - \overrightarrow{CB}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. M trùng A . **B.** M trùng B .
C. $ACMB$ là hình bình hành. **D.** $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BM}$.
- Câu 19:** Cho $\triangle ABC$, D là trung điểm AB , E là trung điểm BC , điểm M thỏa $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BM} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CM}$. **B.** $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{ED}$.
C. M là trung điểm BC . **D.** $\overrightarrow{EM} = \overrightarrow{BD}$.

Câu 20: Cho tứ giác $ABCD$, điểm M thỏa $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{CD}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. M là trung điểm AB .
 B. M là trung điểm BC .
 C. D là trung điểm BM .
 D. M là trung điểm DC .

DẠNG 5: CÁC BÀI TOÁN TÍNH ĐỘ DÀI CỦA VECTO

1 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Tính $|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}|$.

Câu 2. Cho tam giác ABC đều cạnh a . Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$.

Câu 3. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh $2a$. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}|$.

Câu 4. Cho tam giác ABC đều có cạnh $AB = 5$, H là trung điểm của BC . Tính $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}|$.

Câu 5. Có hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ cùng tác động vào một vật đứng tại điểm O , biết hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đều có cường độ là 50 (N) và chúng hợp với nhau một góc 60° . Hỏi vật đó phải chịu một lực tổng hợp có cường độ bằng bao nhiêu?

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Cho tam giác ABC đều cạnh a . Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$.

- A. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a\sqrt{3}$.
 B. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.
 C. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2a$.
 D. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2a\sqrt{3}$.

Câu 2: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Độ dài $|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}|$ bằng

- A. $2a$
 B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.
 C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.
 D. $a\sqrt{2}$.

Câu 3: Cho tam giác đều ABC cạnh a , mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $|\overrightarrow{AC}| = \overrightarrow{BC}$.
 B. $\overrightarrow{AC} = a$.
 C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.
 D. $|\overrightarrow{AB}| = a$.

Câu 4: Cho $\overrightarrow{AB}$ khác $\vec{0}$ và cho điểm C . Có bao nhiêu điểm D thỏa $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$?

- A. Vô số.
 B. 1 điểm.
 C. 2 điểm.
 D. Không có điểm nào.

Câu 5: Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau đây:

- A. $\vec{0}$ cùng hướng với mọi vector.
 B. $\vec{0}$ cùng phương với mọi vector.
 C. $\overrightarrow{AA} = \vec{0}$.
 D. $|\overrightarrow{AB}| > 0$.

Câu 6: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm I ; G là trọng tâm tam giác BCD . Đẳng thức nào sau đây **sai**?

- A. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC}$.
 B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$.
 C. $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}|$.
 D. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}$.

Câu 7: Cho tam giác ABC đều có cạnh $AB = 5$, H là trung điểm của BC . Tính $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}|$.

A. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{5\sqrt{3}}{2}$. B. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = 5$. C. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{5\sqrt{7}}{4}$. D. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{5\sqrt{7}}{2}$.

Câu 8: Gọi O là giao điểm của hai đường chéo hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$. B. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$. C. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC}$. D. $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC}$.

Câu 9: Có hai lực $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$ cùng tác động vào một vật đứng tại điểm O , biết hai lực $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$ đều có cường độ là 50 (N) và chúng hợp với nhau một góc 60° . Hỏi vật đó phải chịu một lực tổng hợp có cường độ bằng bao nhiêu?

A. 100 (N). B. $50\sqrt{3}$ (N). C. $100\sqrt{3}$ (N). D. Đáp án khác.

Câu 10: Cho tứ giác $ABCD$ có $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ và $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$. B. $ABCD$ là hình thoi.
C. $|\overrightarrow{CD}| = |\overrightarrow{BC}|$. D. $ABCD$ là hình thang cân.

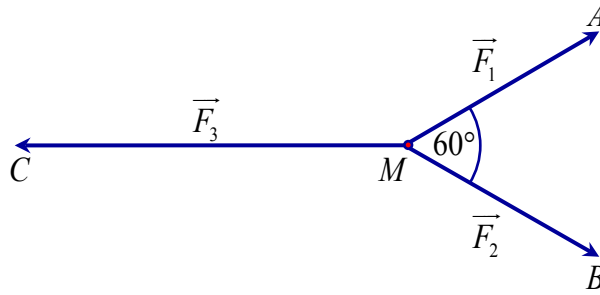
Câu 11: Cho tam giác ABC vuông cân tại A có $AB = a$. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$.

A. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a\sqrt{2}$. B. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2a$. D. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a$.

Câu 12: Cho tam giác ABC đều cạnh a , có AH là đường trung tuyến. Tính $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AH}|$.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $2a$. C. $\frac{a\sqrt{13}}{2}$. D. $a\sqrt{3}$.

Câu 13: Cho ba lực $\vec{F}_1 = \vec{MA}$, $\vec{F}_2 = \vec{MB}$, $\vec{F}_3 = \vec{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ của $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ đều bằng $25N$ và góc $\widehat{AMB} = 60^\circ$. Khi đó cường độ lực của $\vec{F}_3$ là



- A. $25\sqrt{3}N$. B. $50\sqrt{3}N$. C. $50\sqrt{2}N$. D. $100\sqrt{3}N$.

Câu 14: Cho tam giác ABC có G là trọng tâm, I là trung điểm BC . Tìm khẳng định **sai**.

- A. $|\vec{IB} + \vec{IC} + \vec{IA}| = IA$. B. $|\vec{IB} + \vec{IC}| = BC$. C. $|\vec{AB} + \vec{AC}| = 2AI$. D. $|\vec{AB} + \vec{AC}| = 3GA$.

Câu 15: Cho hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây **sai**?

- A. $|\vec{AC}| = |\vec{BD}|$. B. $|\vec{BC}| = |\vec{DA}|$. C. $|\vec{AD}| = |\vec{BC}|$. D. $|\vec{AB}| = |\vec{CD}|$.

Câu 16: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh $2a$. Tính $|\vec{AB} + \vec{AD}|$.

- A. $4a\sqrt{2}$. B. $4a$. C. $2a\sqrt{2}$. D. $2a$.

Câu 17: Cho tam giác ABC đều, cạnh $2a$, trọng tâm G . Độ dài vector $\vec{AB} - \vec{GC}$ là

- A. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{2a}{3}$. C. $\frac{4a\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 18: Tam giác ABC thỏa mãn: $|\vec{AB} + \vec{AC}| = |\vec{AB} - \vec{AC}|$ thì tam giác ABC là

- A. Tam giác vuông A . B. Tam giác vuông C .
C. Tam giác vuông B . D. Tam giác cân tại C .

Câu 19: Cho tam giác đều ABC cạnh $2a$ có G là trọng tâm. Khi đó $|\vec{AB} - \vec{GC}|$ là

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{4a\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{2a}{3}$.

Câu 20: Cho hai lực $\vec{F}_1 = \vec{MA}$, $\vec{F}_2 = \vec{MB}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M cường độ hai lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ lần lượt là $300(N)$ và $400(N)$. $\widehat{AMB} = 90^\circ$. Tìm cường độ của lực tổng hợp tác động vào vật.

- A. $0(N)$. B. $700(N)$. C. $100(N)$. D. $500(N)$.

VECTƠ

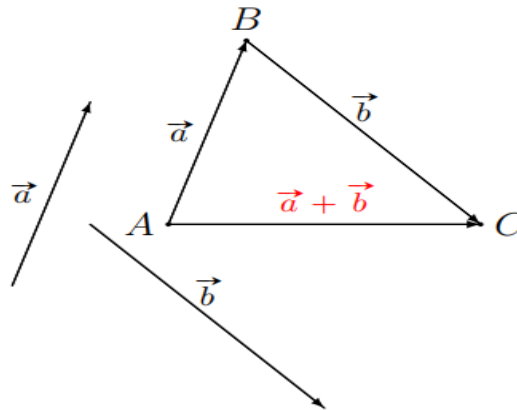
BÀI 8: TỔNG VÀ HIỆU HAI VECTO



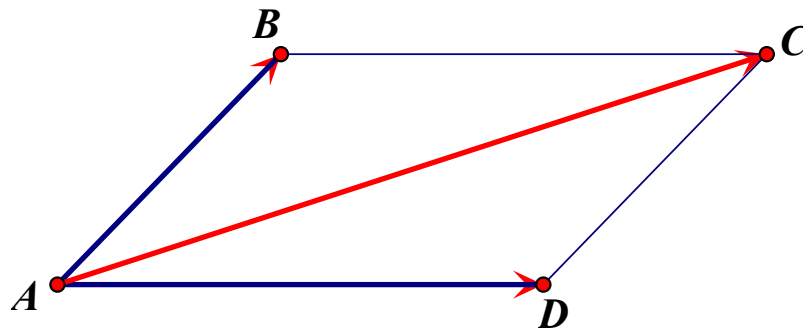
LÝ THUYẾT.

1. TỔNG CỦA HAI VECTO

1.1. Định nghĩa: Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Lấy một điểm A tùy ý, vẽ $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$. Vector $\overrightarrow{AC}$ được gọi là **tổng** của hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$, kí hiệu $\vec{a} + \vec{b}$. Vậy $\overrightarrow{AC} = \vec{a} + \vec{b}$.

**1.2. Các quy tắc:**

- + **Quy tắc ba điểm:** Với ba điểm A, B, C , ta luôn có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.
- + **Quy tắc hình bình hành:** Từ giác $ABCD$ là hình bình hành, ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.



1.3. Tính chất: Với ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ tùy ý, ta có:

- + Tính chất giao hoán: $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$.
- + Tính chất kết hợp: $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$.
- + Tính chất của vector - không: $\vec{a} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{a} = \vec{a}$.

2. HIỆU CỦA HAI VECTO

1.1. Định nghĩa:

- + Vector đối của vector $\vec{a}$, kí hiệu là $-\vec{a}$, là một vector ngược hướng và có cùng độ dài với vector $\vec{a}$.
- + Vector $\vec{0}$ được coi là đối vector của chính nó.
- + Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Ta gọi hiệu của hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là vector $\vec{a} + (-\vec{b})$, kí hiệu $\vec{a} - \vec{b}$.

1.2. Quy tắc về hiệu vector:

Với ba điểm O, A, B tùy ý, ta luôn có: $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AB}$.

Chú ý:

- + Điểm I là trung điểm của đoạn thẳng AB khi và chỉ khi $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.
- + Điểm G là trọng tâm của tam giác ABC khi và chỉ khi $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

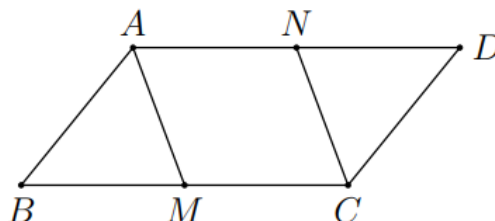


VÍ DỤ MINH HỌA.

Câu 1. Cho hình bình hành $ABCD$ với M và N lần lượt là trung điểm của BC và AD . Tìm tổng của hai vector:

- a) $\overrightarrow{NC}$ và $\overrightarrow{MC}$ b) $\overrightarrow{AM}$ và $\overrightarrow{CD}$

Lời giải

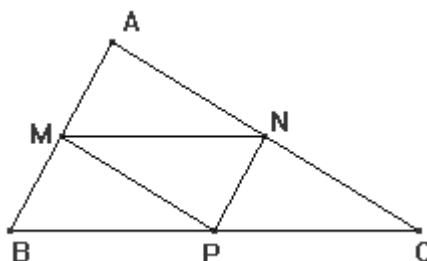


- a) Vì $\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AN}$ nên ta có $\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{AC}$.
b) Vì $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}$ nên ta có $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BM}$.

Câu 2. Cho tam giác ABC . Các điểm M, N và P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, AC và BC .

- 1) Tìm các hiệu sau $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN}$; $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{NC}$ và $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{PN}$;
2) Phân tích vector $\overrightarrow{AM}$ theo hai vector $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{MP}$.

Lời giải

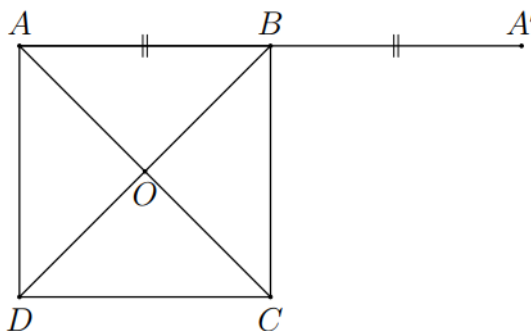


- 1) Theo qui tắc ba điểm, thì $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{NM}$.
Vì MP là đường trung bình của tam giác ABC và $\overrightarrow{MP}$ cùng hướng với $\overrightarrow{NC}$ nên ta có $\overrightarrow{NC} = \overrightarrow{MP}$.
Do vậy: $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{MN} - \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{PN}$.
Vì $-\overrightarrow{PN} = \overrightarrow{NP}$ nên $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{PN} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MP}$.
2) Ta có $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{NP}$ nên có phân tích sau $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MP} - \overrightarrow{MN}$.

Câu 3. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a với tâm là O . Tính:

- a) Độ dài vector $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CB}$ b) Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}|$.

Lời giải



a) Ta có $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CO} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BO}$.

Mặt khác $BO = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + a^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Nên $|\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CB}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

b) Gọi A' là điểm đối xứng với A qua B .

Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA'} = \overrightarrow{AA'}$ nên $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}| = |\overrightarrow{AA'}| = 2a$.

Câu 4. Cho bốn điểm bất kỳ A, B, C và D . Hãy chứng minh đẳng thức: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.

Lời giải

Cách 1: Sử dụng qui tắc tổng

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB}) + (\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD}) = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} + (\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DB}) = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} + \vec{0} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}.$$

Cách 2: Sử dụng hiệu hai vector.

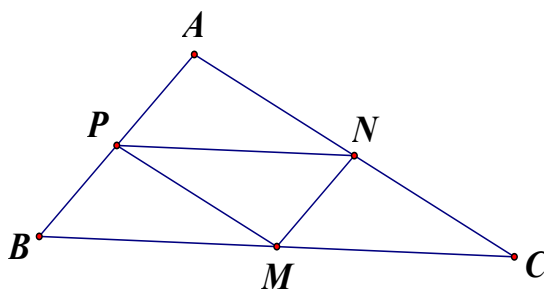
$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DB}.$$

Câu 5. Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Chứng minh rằng:

a) $\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP} = \vec{0}$

b) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}$, với O là điểm bất kì.

Lời giải



a) Vì PN, MN là đường trung bình của tam giác ABC nên $PN \parallel BM, MN \parallel BP$ suy ra tứ giác $BMNP$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{PN}$.

N là trung điểm của $AC \Rightarrow \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{NA}$.

Do đó theo quy tắc ba điểm ta có

$$\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP} = (\overrightarrow{PN} + \overrightarrow{NA}) + \overrightarrow{AP} = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AP} = \vec{0}.$$

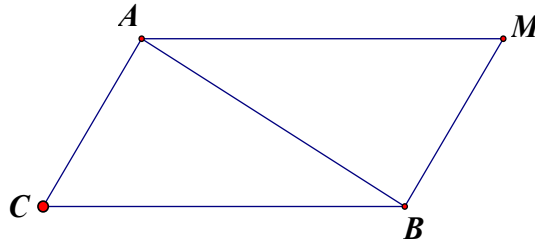
b) Theo quy tắc ba điểm ta có

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} &= (\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PA}) + (\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{MB}) + (\overrightarrow{ON} + \overrightarrow{NC}) = (\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}) + \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{NC} \\ &= (\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}) - (\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP}) \end{aligned}$$

Theo câu a) $\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP} = \vec{0}$ ta suy ra $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}$.

Câu 6. Cho tam giác ABC . Xác định điểm M thỏa điều kiện $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

Lời giải



Ta có $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \vec{0}$

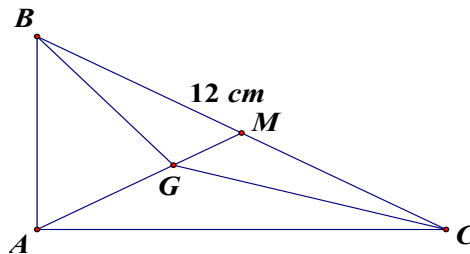
$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{CB} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{BC}.$$

Suy ra M là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ACBM$.

Câu 7. Gọi G là trọng tâm tam giác vuông ABC , với cạnh huyền $BC = 12$. Tính độ dài của vectơ $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm BC

$$\text{Ta có } AM = \frac{1}{2}BC = 6; AG = \frac{2}{3}AM = 4.$$

$$\text{Mặt khác } \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{AG}$$

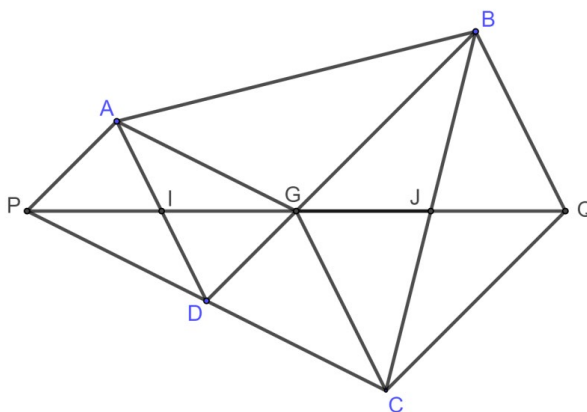
$$\text{Suy ra } |\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}| = |\overrightarrow{AG}| = AG = 4.$$

Câu 8. Cho tứ giác lồi $ABCD$ có I, J lần lượt là trung điểm hai cạnh AD, BC và G là trung điểm IJ . Gọi P là điểm đối xứng của G qua I, Q là điểm đối xứng của G qua J . Chứng minh các đẳng thức vectơ sau:

a) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{GP}; \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GQ}.$

b) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}.$

Lời giải



a) Hai tứ giác $AGDP$ và $BGQC$ có hai đường chéo giao nhau tại trung điểm mỗi đường nên chúng là các hình bình hành.

Theo quy tắc hình bình hành ta có:

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{GP} \text{ (đpcm).}$$

$$\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GQ} \text{ (đpcm).}$$

b) Theo cách dựng hình từ đề bài ta thấy G là trung điểm PQ nên $\overrightarrow{GP} + \overrightarrow{GQ} = \vec{0}$.

Biến đổi biểu thức vector đề cho và dựa vào kết quả câu a:

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GD}) + (\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}) = \overrightarrow{GP} + \overrightarrow{GQ} = \vec{0}$$

Câu 9. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2$, $AD = 1$. Gọi I là trung điểm CD . Hãy tính:

a) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}|$. b) $|\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AI}|$.

Lời giải

a) Ta thực hiện biến đổi:

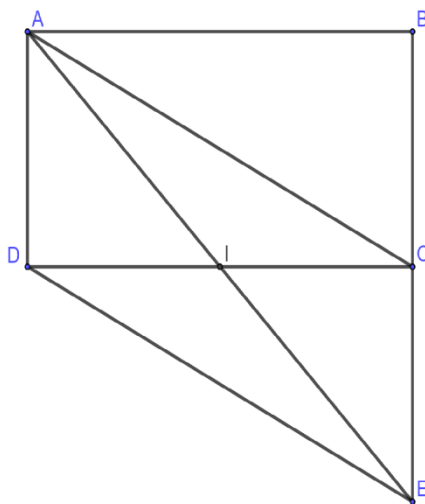
$$|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}|.$$

Dựng điểm E sao cho: $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AD}$.

Suy ra $ACED$ là hình bình hành.

Theo quy tắc hình bình hành: $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AE}| = AE$.

Tam giác ABE vuông cân tại B nên: $AE = AB\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$.



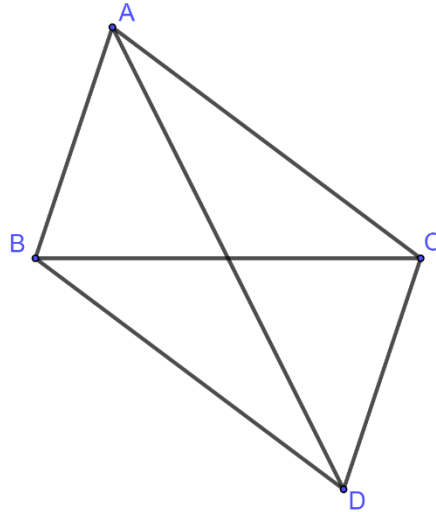
b) Ta thực hiện biến đổi:

$$|\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AI}| = |\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AI}| = |\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AI}| = |\overrightarrow{ID}| = ID = \frac{CD}{2} = 1.$$

Câu 10. Cho tam giác ABC , đặt: $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$; $\vec{v} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$. Tìm điều kiện của tam giác ABC để:

a) $|\vec{u}| = |\vec{v}|$. b) $\vec{u} \perp \vec{v}$.

Lời giải



Dựng hình bình hành $ABDC$, theo quy tắc hình bình hành và nguyên tắc trừ vectơ, ta có:

$$\vec{u} = \vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AD}.$$

$$\vec{v} = \vec{AB} - \vec{AC} = \vec{CB}.$$

a) $|\vec{u}| = |\vec{v}| \Leftrightarrow AD = BC$. Hình bình hành $ABDC$ có hai đường chéo bằng nhau khi và chỉ khi $ABDC$ là hình chữ nhật.

Vậy $\triangle ABC$ vuông tại A thì $|\vec{u}| = |\vec{v}|$.

b) $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow AD \perp BC$. Hình bình hành $ABDC$ có hai đường chéo vuông góc khi và chỉ khi $ABDC$ là hình thoi.

Vậy $\triangle ABC$ cân tại A thì $\vec{u} \perp \vec{v}$.



BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA.

4.6. Cho bốn điểm bất kỳ A, B, C, D . Hãy chứng minh rằng

a) $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DA} = \vec{0}$.

b) $\vec{AC} - \vec{AD} = \vec{BC} - \vec{BD}$

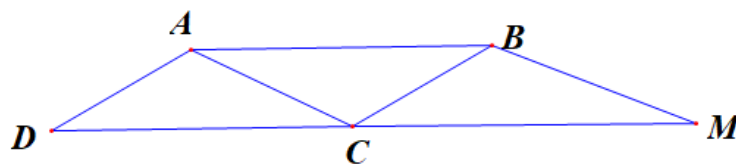
Lời giải

a) Ta có $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DA} = (\vec{AB} + \vec{BC}) + (\vec{CD} + \vec{DA}) = \vec{AC} + \vec{CA} = \vec{0}$.

b) Ta có $\begin{cases} \vec{AC} - \vec{AD} = \vec{DC} \\ \vec{BC} - \vec{BD} = \vec{DC} \end{cases}$ nên $\vec{AC} - \vec{AD} = \vec{BC} - \vec{BD}$.

4.7. Cho hình bình hành $ABCD$. Hãy tìm điểm M để $\vec{BM} = \vec{AB} + \vec{AD}$. Tìm mối quan hệ giữa hai vectơ $\vec{CD}$ và $\vec{CM}$.

Lời giải



Ta có theo quy tắc hình bình hành $\vec{BM} = \vec{AB} + \vec{AD} \Leftrightarrow \vec{BM} = \vec{AC}$ nên M là đỉnh thứ tư của hình bình hành $BACM$ (như hình vẽ).

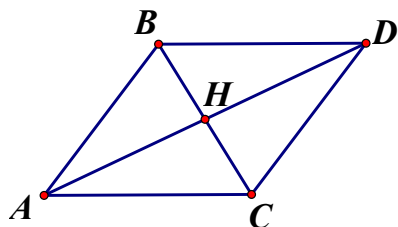
4.8. Cho tam giác đều ABC cạnh a . Tính độ dài các vectơ $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

Lời giải

a) Tính độ dài vectơ $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$

Ta có $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$ nên $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{CB}| = CB = a$

b) Tính độ dài vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

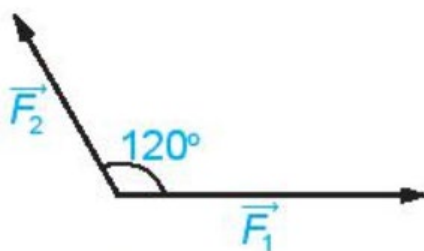


Gọi H là trung điểm của $BC \Rightarrow AH \perp BC$. Suy ra $AH = \frac{BC\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Dựng D là điểm sao cho tứ giác $ABDC$ là hình thoi.

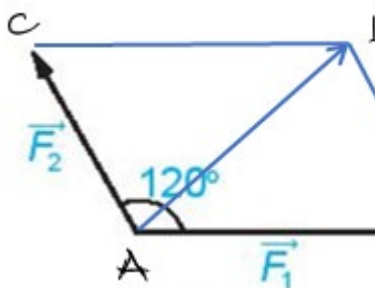
Ta lại có $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AD}| = AD = 2AH = 2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

4.9. Hình 4.19 biểu diễn hai lực $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$ cùng tác động lên một vật, cho $|\overrightarrow{F_1}| = 3N$, $|\overrightarrow{F_2}| = 2N$. Tính độ lớn của hợp lực $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}$.



Hình 4.19

Lời giải



Gọi $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{F_2}$

Ta có $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{F}$

Xét tam giác ABD

$$AD = \sqrt{BA^2 + BD^2 - 2BA \cdot BD \cdot \cos 60^\circ}$$

$$= \sqrt{9 + 4 - 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{7}.$$

$$\text{Vậy } |\overrightarrow{F}| = \sqrt{7}N.$$

4.10. Hai con tàu xuất phát cùng lúc từ bờ bên này để sang bờ bên kia của dòng sông với vận tốc riêng không đổi và có độ lớn bằng nhau. Hai tàu luôn được giữ lái sao cho chúng tạo với bờ cùng một góc nhọn nhưng một tàu hướng xuống hạ lưu, một tàu hướng lên thượng nguồn (hình vẽ). Vận tốc dòng nước là đáng kể, các yếu tố bên ngoài khác không ảnh hưởng đến vận tốc của các tàu. Hỏi tàu nào sang bờ bên kia trước?



Lời giải

Gọi tàu thứ nhất là tàu hướng xuống hạ lưu có vận tốc thực tế là $\vec{v}_1 = \vec{v}_r + \vec{v}_n$

tàu thứ hai là tàu hướng lên thượng nguồn có vận tốc thực tế là $\vec{v}_2 = \vec{v}_r - \vec{v}_n$

Ta thấy $\vec{v}_1 > \vec{v}_2$ nên tàu thứ nhất sẽ sang bờ bên kia trước.



HỆ THỐNG BÀI TẬP.

DẠNG 1: CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN TỔNG CÁC VECTO



BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1. Cho hình bình hành $ABCD$, xác định các vectơ $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DA}$.

Lời giải

$$\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA} \text{ và } \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DC}.$$

Câu 2. Cho tam giác ABC , xác định các vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

Lời giải

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$$

Gọi D là điểm sao cho $ABCD$ là hình bình hành. Khi đó

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}.$$

Câu 3. Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O , xác định các vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OD}$, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{OD}$.

Lời giải

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AD}.$$

Câu 4. Cho n điểm $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$, xác định vectơ

$$\overrightarrow{A_{n-1}A_n} + \overrightarrow{A_{n-2}A_{n-1}} + \overrightarrow{A_{n-3}A_{n-2}} + \dots + \overrightarrow{A_2A_3} + \overrightarrow{A_1A_2}.$$

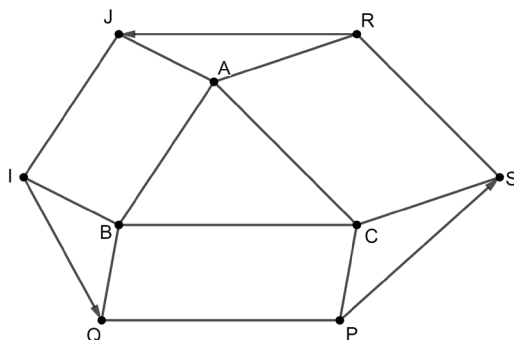
Lời giải

$$\begin{aligned} & \overrightarrow{A_{n-1}A_n} + \overrightarrow{A_{n-2}A_{n-1}} + \overrightarrow{A_{n-3}A_{n-2}} + \dots + \overrightarrow{A_2A_3} + \overrightarrow{A_1A_2} \\ &= \overrightarrow{A_1A_2} + \overrightarrow{A_2A_3} + \dots + \overrightarrow{A_{n-3}A_{n-2}} + \overrightarrow{A_{n-2}A_{n-1}} + \overrightarrow{A_{n-1}A_n} \end{aligned}$$

$$\text{Do đó } \overrightarrow{A_{n-1}A_n} + \overrightarrow{A_{n-2}A_{n-1}} + \overrightarrow{A_{n-3}A_{n-2}} + \dots + \overrightarrow{A_2A_3} + \overrightarrow{A_1A_2} = \overrightarrow{A_1A_n}.$$

Câu 5. Cho tam giác ABC . Bên ngoài của tam giác vẽ các hình bình hành $ABIJ$, $BCPQ$, $CARS$. Chứng minh rằng $\overrightarrow{RJ} + \overrightarrow{IQ} + \overrightarrow{PS} = \vec{0}$.

Lời giải



$$\overrightarrow{RJ} = \overrightarrow{RA} + \overrightarrow{AJ}, \quad \overrightarrow{IQ} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BQ}, \quad \overrightarrow{PS} = \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{CS}.$$

$$\text{Vậy } \overrightarrow{RJ} + \overrightarrow{IQ} + \overrightarrow{PS} = \vec{0}.$$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Cho ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ và $\vec{c}$ khác vectơ-không. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A.** $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$.
- B.** $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$.
- C.** $\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}$.
- D.** $\vec{0} + \vec{a} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn D

$$\vec{0} + \vec{a} = \vec{a} .$$

Câu 2: Cho hình bình hành $ABCD$. Vectơ tổng $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}$ bằng

- A.** $\overrightarrow{CA}$. **B.** $\overrightarrow{BD}$. **C.** $\overrightarrow{AC}$. **D.** $\overrightarrow{DB}$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA}.$$

Câu 3: Cho ba điểm phân biệt A, B, C . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$.
C. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA}$. **D.** $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BA}$.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB}.$$

Câu 4: Cho bốn điểm phân biệt A, B, C, D . Vector tổng $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA}$ bằng

- [illegible]

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}.$$

Câu 5: Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, BC, CA . Vector tổng $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NP}$ bằng

- A.** $\overrightarrow{BP}$. **B.** $\overrightarrow{MN}$. **C.** $\overrightarrow{CP}$. **D.** $\overrightarrow{PA}$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{BP}.$$

Câu 6: Cho hình bình hành $ABCD$ và gọi I là giao điểm của hai đường chéo. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A.** $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{IB}$. **B.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$. **C.** $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{IB}$. **D.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{IA} = \overrightarrow{BI}$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{IB}.$$

Câu 7: Cho hình bình hành $ABCD$ và gọi I là giao điểm của hai đường chéo. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A.** $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{IB}$. **B.** $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{DI}$.
C. $\overrightarrow{ID} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{IC}$. **D.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CI} = \overrightarrow{IA}$.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CI} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CI} = \overrightarrow{AI}.$$

Câu 8: Cho các điểm phân biệt M, N, P, Q, R . Xác định vector tổng $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RP} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR}$.

- A.** $\overrightarrow{MP}$. **B.** $\overrightarrow{MN}$. **C.** $\overrightarrow{MQ}$. **D.** $\overrightarrow{MR}$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RP} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR} + \overrightarrow{RP} = \overrightarrow{MP}.$$

Câu 9: Cho hình bình hành $ABCD$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC}$. **B.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$. **C.** $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB}$. **D.** $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{DB}$.

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}.$$

Câu 10: Cho tam giác ABC và M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} = \vec{0}$.
C. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PM} = \vec{0}$. **D.** $\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MP}$.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{PM}.$$

Câu 11: Cho lục giác đều $ABCDEF$ có tâm O . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A.** $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OE} = \vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{EB}$.
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} = \vec{0}$. **D.** $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AD}$.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} = \vec{0}.$$

Câu 12: Cho hình vuông $ABCD$, tâm O . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA}$. **B.** $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{CA}$. **C.** $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CA}$. **D.** $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CA}.$$

Câu 13: Cho lục giác đều $ABCDEF$ có tâm O . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF} = \vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO} = \vec{0}$.
C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{FE} = \vec{0}$. **D.** $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{FA} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{FA}.$$

Câu 14: Cho tam giác ABC có trọng tâm G . Gọi M là trung điểm BC , G_1 là điểm đối xứng của G qua M . Vector tổng $\overrightarrow{G_1B} + \overrightarrow{G_1C}$ bằng

A. $\overrightarrow{GA}$. **B.** $\overrightarrow{BC}$. **C.** $\overrightarrow{G_1A}$. **D.** $\overrightarrow{G_1M}$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{G_1B} + \overrightarrow{G_1C} = \overrightarrow{G_1G} = \overrightarrow{GA}.$$

Câu 15: Xét tam giác ABC có trọng tâm G và tâm đường tròn ngoại tiếp O thỏa mãn $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$. Hỏi trong các khẳng định sau, có bao nhiêu khẳng định đúng?

- 1) $\overrightarrow{OG} = \vec{0}$;
- 2) Tam giác ABC là tam giác vuông cân;
- 3) Tam giác ABC là tam giác đều;
- 4) Tam giác ABC là tam giác cân.

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OG} + \overrightarrow{OG} + \overrightarrow{OG} = \vec{0} \Rightarrow O \equiv G. \text{ Do đó tam giác } ABC \text{ là tam giác đều.}$$

Câu 16: Xét tam giác ABC có trọng tâm H và tâm đường tròn ngoại tiếp O thỏa mãn $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \vec{0}$. Hỏi trong các khẳng định sau, có bao nhiêu khẳng định đúng?

- 1) $\overrightarrow{HG} = \vec{0}$;
- 2) Tam giác ABC là tam giác vuông cân;
- 3) $\overrightarrow{OG} = \vec{0}$;
- 4) Tam giác ABC là tam giác cân.

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \overrightarrow{HG} + \overrightarrow{HG} + \overrightarrow{HG} = \vec{0} \Rightarrow H \equiv G$. Do đó tam giác ABC là tam giác đều.

Câu 17: Xét tam giác ABC nội tiếp có O là tâm đường tròn ngoại tiếp, H là trực tâm. Gọi D là điểm đối xứng của A qua O . Hỏi trong các khẳng định sau, có bao nhiêu khẳng định đúng?

1) $\overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \overrightarrow{HD}$;

2) $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{HA}$;

3) $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \overrightarrow{HH_1}$, với H_1 là điểm đối xứng của H qua O ;

4) Nếu $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \vec{0}$ thì tam giác ABC là tam giác đều.

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \overrightarrow{HD} \Rightarrow \overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \overrightarrow{HH_1}$.

Nếu $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \vec{0}$ thì $\overrightarrow{HH_1} = \vec{0}$, suy ra $H \equiv O$.

Câu 18: Cho 5 điểm phân biệt M, N, P, Q, R . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MP}$.

B. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{PR}$.

C. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MR}$.

D. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MN}$.

Lời giải

Chọn D

$\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MN}$.

Câu 19: Cho hình bình hành $ABCD$, tâm O . Vector tổng $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC}$ bằng

A. $\vec{0}$.

B. $\overrightarrow{BD}$.

C. $\overrightarrow{OC}$.

D. $\overrightarrow{OA}$.

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CC} = \vec{0}$.

Câu 20: Cho n điểm phân biệt trên mặt phẳng. Bạn An kí hiệu chúng là $A_1, A_2, \dots, A_n$. Bạn Bình kí hiệu chúng là $B_1, B_2, \dots, B_n$ ($A_i \neq B_n$). Vector tổng $\overrightarrow{A_1B_1} + \overrightarrow{A_2B_2} + \dots + \overrightarrow{A_nB_n}$ bằng

A. $\vec{0}$.

B. $\overrightarrow{A_1A_n}$.

C. $\overrightarrow{B_1B_n}$.

D. $\overrightarrow{A_1B_n}$.

Lời giải

Chọn A

Lấy điểm O bất kì. Khi đó

$\overrightarrow{A_1B_1} + \overrightarrow{A_2B_2} + \dots + \overrightarrow{A_nB_n} = (\overrightarrow{A_1O} + \overrightarrow{A_2O} + \dots + \overrightarrow{A_nO}) + (\overrightarrow{OB_1} + \overrightarrow{OB_2} + \dots + \overrightarrow{OB_n})$

Vì $\{B_1, B_2, \dots, B_n\} = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ nên

$$\overrightarrow{OB_1} + \overrightarrow{OB_2} + \dots + \overrightarrow{OB_n} = \overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OA_2} + \dots + \overrightarrow{OA_n}$$

Do đó $\overrightarrow{A_1B_1} + \overrightarrow{A_2B_2} + \dots + \overrightarrow{A_nB_n} = (\overrightarrow{A_1O} + \overrightarrow{OA_1}) + (\overrightarrow{A_2O} + \overrightarrow{OA_2}) + \dots + (\overrightarrow{A_nO} + \overrightarrow{OA_n}) = \vec{0}$.

DẠNG 2: VECTO ĐỐI, HIỆU CỦA HAI VECTO

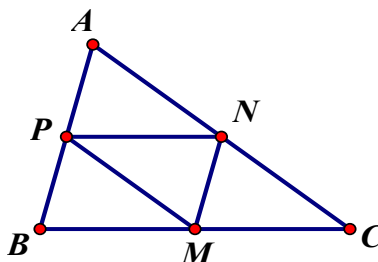
1 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1. Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Chứng minh rằng:

a) $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BM} = \vec{0}$

b) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}$ với O là điểm bất kì.

Lời giải



a) Vì tứ giác $APMN$ là hình bình hành nên theo quy tắc hình bình hành ta có $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AM}$, kết hợp với quy tắc trừ

$$\Rightarrow \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{CM} + \overrightarrow{BM}$$

Mà $\overrightarrow{CM} + \overrightarrow{BM} = \vec{0}$ do M là trung điểm của BC .

Vậy $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BM} = \vec{0}$.

b) Theo quy tắc ba điểm ta có

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} &= (\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PA}) + (\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{MB}) + (\overrightarrow{ON} + \overrightarrow{NC}) \\ &= (\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}) + \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{NC} \\ &= (\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}) - (\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP}) \end{aligned}$$

$$\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP} = \vec{0} \text{ suy ra } \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}.$$

Câu 2. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $AB'C'D'$ có chung đỉnh A . Chứng minh rằng $\overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{D'D} = \vec{0}$

Lời giải

Theo quy tắc trừ và quy tắc hình bình hành ta có

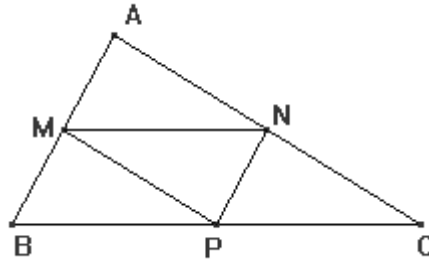
$$\begin{aligned} \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{D'D} &= (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AB'}) + (\overrightarrow{AC'} - \overrightarrow{AC}) + (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AD'}) \\ &= (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) - \overrightarrow{AC} - (\overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD'}) + \overrightarrow{AC} = \vec{0}. \end{aligned}$$

Câu 3. Cho tam giác ABC . Các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, AC, BC .

a) Tìm $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN}$; $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{NC}$; $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{PN}$; $\overrightarrow{BP} - \overrightarrow{CP}$.

b) Phân tích $\overrightarrow{AM}$ theo hai vector $\overrightarrow{MN}$; $\overrightarrow{MP}$.

Lời giải



$$a) \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{NM}$$

$$\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{MN} - \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{PN} \text{ (Vì } \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{MP} \text{)}$$

$$\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{PN} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MP}$$

$$\overrightarrow{BP} - \overrightarrow{CP} = \overrightarrow{BP} + \overrightarrow{PC} = \overrightarrow{BC}$$

$$b) \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MP} - \overrightarrow{MN}.$$

Câu 4. Cho 5 điểm A, B, C, D, E. Chứng minh rằng: $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DE} - \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$

Lời giải

$$Ta \text{ có } -\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CD}; -\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{EC} \text{ nên}$$

$$VT = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DE} - \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CB}$$

$$= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB} = VP \Rightarrow \text{đpcm.}$$

Câu 5. Cho n điểm phân biệt trên mặt phẳng. Bạn An kí hiệu chúng là $A_1, A_2, \dots, A_n$. Bạn Bình kí hiệu chúng là $B_1, B_2, \dots, B_n$ ($A_i \neq B_n$). Chứng minh rằng: $\overrightarrow{A_1B_1} + \overrightarrow{A_2B_2} + \dots + \overrightarrow{A_nB_n} = \vec{0}$.

Lời giải

Lấy điểm O bất kì. Khi đó

$$\overrightarrow{A_1B_1} + \overrightarrow{A_2B_2} + \dots + \overrightarrow{A_nB_n} = (\overrightarrow{OB_1} + \overrightarrow{OB_2} + \dots + \overrightarrow{OB_n}) - (\overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OA_2} + \dots + \overrightarrow{OA_n})$$

Vì $\{B_1, B_2, \dots, B_n\} = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ nên

$$\overrightarrow{OB_1} + \overrightarrow{OB_2} + \dots + \overrightarrow{OB_n} = \overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OA_2} + \dots + \overrightarrow{OA_n}$$

$$\text{Do đó } \overrightarrow{A_1B_1} + \overrightarrow{A_2B_2} + \dots + \overrightarrow{A_nB_n} = \vec{0}.$$

Câu 5: Chọn khẳng định sai:

- A.** Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.
B. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{AI} - \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{AB}$.
C. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{AI} - \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.
D. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{BI} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{BA} \neq \vec{0}.$$

Câu 6: Cho 4 điểm bất kỳ A, B, C, D . Đẳng thức nào sau đây là đúng:

- A.** $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CO}$. **B.** $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$.
C. $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$. **D.** $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{BA}$.

Lời giải

Chọn B

$$\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AC} = \vec{0}.$$

Câu 7: Cho các điểm phân biệt A, B, C, D . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{DA}$. **B.** $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AD}$.
C. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{DA}$. **D.** $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{BC}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}, \quad \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DB}.$$

$$\text{Vậy: } \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{BC}.$$

Câu 8: Chỉ ra vector tổng $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{QP} + \overrightarrow{RN} - \overrightarrow{PN} + \overrightarrow{QR}$ trong các vector sau

- A.** $\overrightarrow{MR}$. **B.** $\overrightarrow{MQ}$. **C.** $\overrightarrow{MP}$. **D.** $\overrightarrow{MN}$.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR} + \overrightarrow{RN} = \overrightarrow{MN}.$$

Câu 9: Cho hình bình hành $ABCD$ và điểm M tùy ý. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}$. **B.** $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MB}$.
C. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{CM} + \overrightarrow{MD}$. **D.** $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MD} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MD} = \vec{0}$$

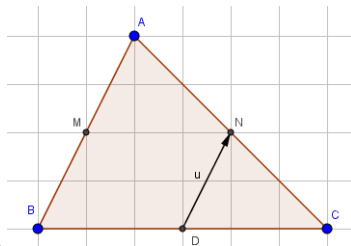
$$\Leftrightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}. (\text{đúng}).$$

Câu 10: Cho tam giác ABC có M, N, D lần lượt là trung điểm của AB, AC, BC . Khi đó, các vector đối của vector $\overrightarrow{DN}$ là:

- A.** $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{ND}$. **B.** $\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{ND}$. **C.** $\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{AM}$. **D.** $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{BM}, \overrightarrow{ND}$.

Lời giải

Chọn A



Nhìn hình ta thấy vector đối của vector $\overrightarrow{DN}$ là $\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{MB}$, $\overrightarrow{ND}$.

Câu 11: Cho các điểm phân biệt A, B, C . Đẳng thức nào sau đây **đúng**?

- A.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$.
C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{CA}$. **D.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB}$.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}.$$

Câu 12: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Khi đó $\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$ bằng

- A.** $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB}$. **B.** $\overrightarrow{AB}$. **C.** $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{DO}$. **D.** $\overrightarrow{CD}$.

Lời giải

Chọn B

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA} \text{ (qui tắc 3 điểm)}.$$

Câu 13: Cho bốn điểm A, B, C, D phân biệt. Khi đó vector $\vec{u} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{DB}$ là:

- A.** $\vec{u} = \vec{0}$. **B.** $\vec{u} = \overrightarrow{AD}$. **C.** $\vec{u} = \overrightarrow{CD}$. **D.** $\vec{u} = \overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn D

$$\vec{u} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}.$$

Câu 14: Cho bốn điểm A, B, C, D phân biệt. Khi đó vector $\vec{u} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AB}$ bằng:

- A.** $\vec{u} = \overrightarrow{AD}$. **B.** $\vec{u} = \vec{0}$. **C.** $\vec{u} = \overrightarrow{CD}$. **D.** $\vec{u} = \overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn B

$$\vec{u} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DB} = \vec{0}.$$

Câu 15: Cho 4 điểm A, B, C, D . Đẳng thức nào sau đây **đúng**?

- A.** $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{DB}$. **B.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$.
C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$. **D.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{CB}$.

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}.$$

Câu 16: Cho Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} - \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{DO} = \vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{DO} = \vec{0}$.
C. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{CO} - \overrightarrow{OD} = \vec{0}$. **D.** $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{DO} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{DO} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{DO} = \vec{0}$.

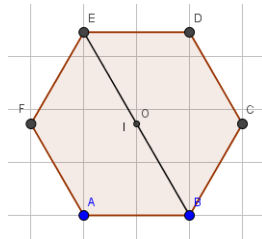
Do $\overrightarrow{AO}$, $\overrightarrow{CO}$ đối nhau, $\overrightarrow{BO}$, $\overrightarrow{DO}$ đối nhau.

Câu 17: Cho Cho lục giác đều $ABCDEF$ và O là tâm của nó. Đẳng thức nào dưới đây là đẳng thức **sai**?

- A.** $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{EO} = \vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AD}$.
C. $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{EB} - \overrightarrow{OC}$. **D.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{EF} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AO} - \overrightarrow{OA} = 2\overrightarrow{AO} \neq \vec{0}$.

Câu 18: Cho hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CB}$. **B.** $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BC}$.
C. $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AD}$. **D.** $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CA}$.

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CB}$.

Câu 19: Cho 4 điểm A, B, C, D . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$. **B.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$.
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$. **D.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BC}$.

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DB}$.

Câu 20: Cho $\triangle ABC$, vẽ bên ngoài tam giác các hình bình hành $ABEF$, $ACPQ$, $BCM N$. Xét các mệnh đề:

- (I) $\overrightarrow{NE} + \overrightarrow{FQ} = \overrightarrow{MP}$
 (II) $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{QP} = -\overrightarrow{MN}$
 (III) $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{AQ} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{MC}$

Mệnh đề đúng là :

- A.** Chỉ (I). **B.** Chỉ (III). **C.** (I) và (II). **D.** Chỉ (II).

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{NE} + \overrightarrow{FQ} = \overrightarrow{MP}$.

DẠNG 3: CHỨNG MINH ĐẲNG THỨC VECTO



BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1. Cho năm điểm A, B, C, D, E . Chứng minh rằng

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED}$

b) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{EC} = \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CB}$

Lời giải

a) Biến đổi về trái ta có

$$\begin{aligned} VT &= (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}) + \overrightarrow{CD} + (\overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DA}) \\ &= (\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED}) + (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD}) + \overrightarrow{DA} \\ &= (\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED}) + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DA} \\ &= \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED} = VP. \end{aligned}$$

b) Đẳng thức tương đương với

$$\begin{aligned} (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AE}) + (\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CB}) - \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{DB} &= \vec{0} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{DB} &= \vec{0} \\ \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DB} &= \vec{0} \text{ (đúng).} \end{aligned}$$

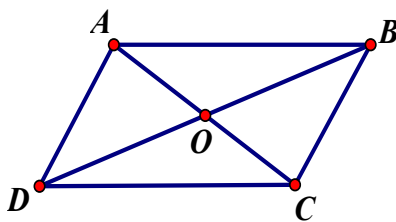
Câu 2. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . M là một điểm bất kì trong mặt phẳng. Chứng minh rằng

a) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC} = \vec{0}$

b) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$

c) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$.

Lời giải



a) Ta có $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}$
 $= -(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) + \overrightarrow{AC}$

Theo quy tắc hình bình hành ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ suy ra

$$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC} = \vec{0}$$

b) Vì $ABCD$ là hình bình hành nên ta có: $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CO} \Rightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AO} = \vec{0}$

Tương tự: $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$.

c) Cách 1: Vì ABCD là hình bình hành nên $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$
 $\Rightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DC}$
 $= \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$

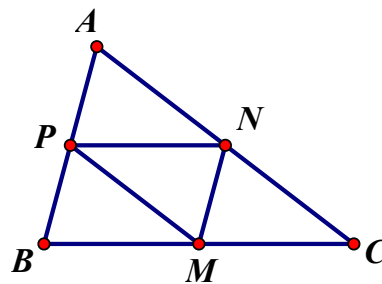
Cách 2: Đẳng thức tương đương với

$\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MD} - \overrightarrow{MC} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$ (đúng do ABCD là hình bình hành).

Câu 3. Cho tam giác ABC. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB. Chứng minh rằng:

$$\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP} = \vec{0}.$$

Lời giải



Vì PN, MN là đường trung bình của tam giác ABC nên

$PN \parallel BM, MN \parallel BP$ suy ra tứ giác BMNP là hình bình hành

$$\Rightarrow \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{PN}$$

N là trung điểm của AC $\Rightarrow \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{NA}$

Do đó theo quy tắc ba điểm ta có

$$\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP} = (\overrightarrow{PN} + \overrightarrow{NA}) + \overrightarrow{AP}$$

$$= \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AP} = \vec{0}.$$

Câu 4. Cho hai hình bình hành ABCD và AB'C'D' có chung đỉnh A. Chứng minh rằng
 $\overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{D'D} = \vec{0}$

Lời giải

Theo quy tắc trừ và quy tắc hình bình hành ta có

$$\overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{D'D} = (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AB'}) + (\overrightarrow{AC'} - \overrightarrow{AC}) + (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AD'})$$

$$= (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) - \overrightarrow{AC} - (\overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD'}) + \overrightarrow{AC} = \vec{0}.$$

Câu 5: Cho hình bình hành $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{BC}$. Chứng minh rằng: $\overrightarrow{AQ} = \vec{0}$.

Lời giải

Theo quy tắc ba điểm ta có $\overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC}$

Mặt khác $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DB}$ suy ra $\overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DB} = \vec{0}$.

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Cho 5 điểm phân biệt M, N, P, Q, R . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MP}$. B. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{PR}$.
C. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MR}$. D. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MN}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR} + \overrightarrow{RN} = \overrightarrow{MN}$.

Câu 2: Cho hình bình hành $ABCD$, đẳng thức vectơ nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$.
C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC}$. D. $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn A

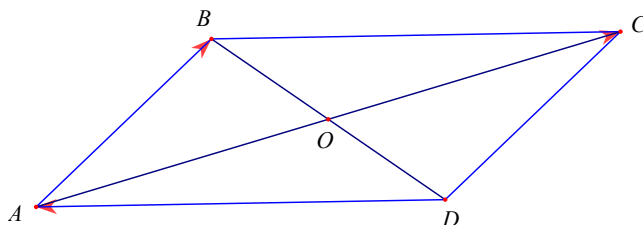
Đẳng thức vectơ $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA}$ đúng theo quy tắc cộng hình bình hành.

Câu 3: Cho hình bình hành $ABCD$ có tâm O . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DA}$. B. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BO}$.
C. $\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{CD}$. D. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{BD}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$. Do $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$ nên $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DA}$.

Câu 4: Cho 4 điểm bất kì A, B, C, O . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{BA}$. B. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CO}$.
C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$. D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OA}$.

Lời giải

Chọn B

$$\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = -\overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{BA} \text{ nên A sai}$$

$$\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CO} \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CA} = -\overrightarrow{CO} \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{CO} \Leftrightarrow \overrightarrow{OC} = -\overrightarrow{CO} \text{ nên B đúng.}$$

Câu 5: Cho 3 điểm phân biệt A, B, C . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$. B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC}$.
C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC}$.

Lời giải

Chọn B

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC}.$$

Câu 6: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Khi đó $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BO}$ bằng

- A. $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB}$. B. $\overrightarrow{AB}$. C. $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{DO}$. D. $\overrightarrow{CD}$.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}.$$

Câu 7: Cho 6 điểm A, B, C, D, E, F . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AF}$.
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AE}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AD}$.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} & \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} \\ &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FA} \\ &= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{EA} = \vec{0} \end{aligned}$$

Câu 8: Cho hình bình hành $ABCD$, gọi M, N lần lượt là trung điểm của đoạn BC và AD . Tính tổng $\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{MC}$.

- A. $\overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{NM}$. C. $\overrightarrow{CA}$. D. $\overrightarrow{MN}$.

Lời giải

Chọn A

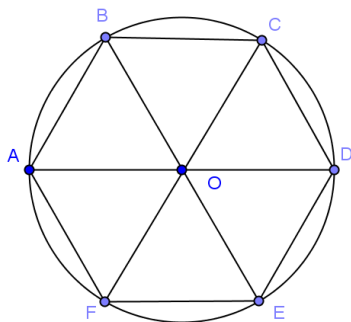
$$\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{AC}.$$

Câu 9: Cho lục giác đều $ABCDEF$ và O là tâm của nó. Đẳng thức nào dưới đây là đẳng thức sai?

- A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OE} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AD}$.
C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{EB}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FE} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn D



$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AD} \neq \vec{0}.$$

Câu 10: Cho 6 điểm A, B, C, D, E, F . Tổng véc tơ: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF}$ bằng

- A.** $\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{DB}$. **B.** $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DF}$.
C. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CF} + \overrightarrow{EB}$. **D.** $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DF}$.

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} = (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB}) + (\overrightarrow{CF} + \overrightarrow{FD}) + (\overrightarrow{EB} + \overrightarrow{BF}) = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CF} + \overrightarrow{EB}.$$

Câu 11: Cho các điểm phân biệt A, B, C, D, E, F . Đẳng thức nào sau đây **sai**?

- A.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{BC}$. **B.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{CB}$.
C. $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{AC}$. **D.** $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{EC}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{BC}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} - \overrightarrow{ED} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{FB} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CB} = \vec{0} \text{ (vô lý).}$$

Câu 12: Cho các điểm phân biệt A, B, C, D . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA}$. **B.** $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DA}$.
C. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AD}$. **D.** $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}.$$

Câu 13: Cho hình bình hành $ABCD$ với I là giao điểm của hai đường chéo. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

- A.** $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$. **C.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$. **D.** $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$.

Lời giải

Chọn D

$ABCD$ là hình bình hành với I là giao điểm của hai đường chéo nên I là trung điểm của AC và BD nên ta có: $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$; $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

Câu 14: Cho tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$. **B.** $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CB}$.

C. $\overrightarrow{AA} + \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{AB}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} \Rightarrow$ B đúng.

Câu 15: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$.
C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{AD}$. D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{CB}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi M là trung điểm AB , ta có: $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = 2\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{DA}$.

Câu 16: Cho lục giác đều $ABCDEF$ và O là tâm của nó. Đẳng thức nào dưới đây là đẳng thức **sai**?

A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OE} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AD}$.
C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{EB}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FE} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn D

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} = \vec{0}$.

Câu 17: Cho tam giác ABC , trung tuyến AM . Trên cạnh AC lấy điểm E và F sao cho $AE = EF = FC$, BE cắt AM tại N . Chọn mệnh đề đúng:

A. $\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NM} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} = \vec{0}$.
C. $\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NE} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{NE} + \overrightarrow{NF} = \overrightarrow{EF}$.

Lời giải

Chọn A

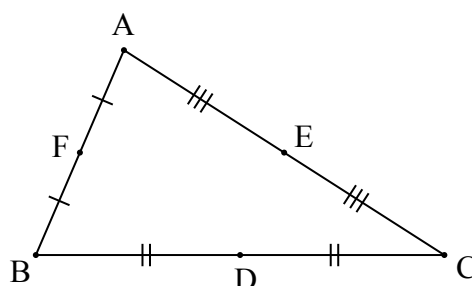
Trong tam giác BCE có MF là đường trung bình nên $MF \parallel BE \Rightarrow MF \parallel NE$

N là trung điểm của AM nên $\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NM} = \vec{0}$.

Câu 18: Cho tam giác ABC . Gọi D, E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB . Hệ thức nào là đúng?

A. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{BD}$. B. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$.
C. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$. D. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$.

Lời giải



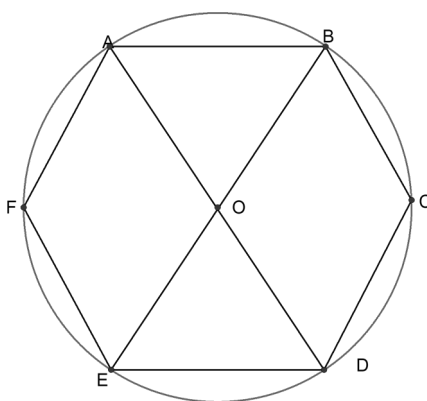
Chọn A

$$\begin{aligned}
 \text{Ta có } \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} &= \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{FD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{EF} \\
 &= \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{FD} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EF} \\
 &= \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{FE} \\
 &= \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{BD} + \vec{0} \\
 &= \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{BD}.
 \end{aligned}$$

Câu 19: Cho hình lục giác đều $ABCDEF$, tâm O . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{FE} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD}$. **B.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{FE}$
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FA} = 6|\overrightarrow{AB}|$. **D.** $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{DE} - \overrightarrow{DC} = \vec{0}$.

Lời giải



Chọn A

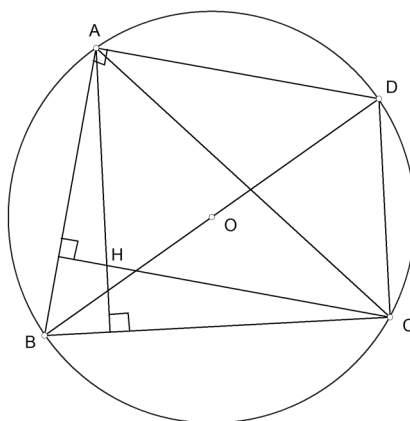
$$\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{FE} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD}.$$

Câu 20: Cho tam giác ABC có trực tâm H , D là điểm đối xứng với B qua tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CH}$. **B.** $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$.
C. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{HD}$. **D.** $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: Vì D đối xứng với B qua O nên D thuộc đường tròn (O)

$AD \parallel CH$ (cùng vuông góc với AB)

$AH // CD$ (cùng vuông góc với BC)

Suy ra $ADHC$ là hình bình hành

Vậy $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CH}$.

DẠNG 4: CÁC BÀI TOÁN XÁC ĐỊNH ĐIỂM THỎA ĐẲNG THỨC VEC TƠ



BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1. Cho $\triangle ABC$, tìm M thỏa $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

Lời giải

$$\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{MC} \Leftrightarrow \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{BA}.$$

Suy ra M là điểm cuối của vec tơ có điểm đầu là C sao cho $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{BA}$.

Câu 2. Cho $\triangle ABC$, tìm M thỏa $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MB}$.

Lời giải

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \overrightarrow{CM} = \vec{0}$$

Suy ra M trùng C .

Câu 3. $\triangle ABC$, tìm điểm M thỏa $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BM} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$.

Lời giải

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BM} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$$

Suy ra M là trung điểm AC .

Câu 4. $\triangle ABC$, tìm điểm M thỏa $\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{CM} - \overrightarrow{CB}$.

Lời giải

$$\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{CM} - \overrightarrow{CB} \Leftrightarrow \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BM} \Leftrightarrow \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{BA}.$$

Suy ra M là điểm thỏa $ABCM$ là hình bình hành.

Câu 5. Cho tứ giác $ABCD$, tìm điểm M thỏa $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{CD}$.

Lời giải

$$\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{CD}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{CD}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{CD}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{DM} = \overrightarrow{BD}.$$

Vậy M là điểm đối xứng với B qua D .



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Cho đoạn thẳng AB , M là điểm thỏa $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M là trung điểm AB .

B. M trùng A .

- C. M trùng B . D. A là trung điểm MB .

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BA} = \vec{O} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \vec{O} \Leftrightarrow A \text{ là trung điểm } MB.$$

- Câu 2:** Cho 2 điểm phân biệt A, B . Tìm điểm I thỏa $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{BI}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. I là trung điểm AB . B. I thuộc đường trung trực của AB .
C. Không có điểm I . D. Có vô số điểm I .

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{BI} \Leftrightarrow \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{O} \Leftrightarrow I \text{ là trung điểm } AB.$$

- Câu 3:** Cho $\triangle ABC$, B . Tìm điểm I để $\overrightarrow{IA}$ và $\overrightarrow{CB}$ cùng phương. Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. I là trung điểm AB . B. I thuộc đường trung trực của AB .
C. Không có điểm I . D. Có vô số điểm I .

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{IA} \text{ và } \overrightarrow{CB} \text{ cùng phương nên } AI \parallel CB. \text{ Suy ra có vô số điểm } I.$$

- Câu 4:** Cho 2 điểm phân biệt A, B . Tìm điểm M thỏa $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = \vec{O}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. M là trung điểm AB . B. M thuộc đường trung trực của AB .
C. Không có điểm M . D. Có vô số điểm M .

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = \vec{O} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} = \vec{O} \text{ (vô lý).}$$

- Câu 5:** Cho đoạn thẳng AB , M là điểm thỏa $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MA} = \vec{O}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. M là trung điểm AB . B. M trùng A .
C. M trùng B . D. A là trung điểm MB .

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MA} = \vec{O} \text{ suy ra } M \text{ là trung điểm } AB.$$

- Câu 6:** Cho tam giác ABC , M là điểm thỏa $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{O}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. M là trung điểm AB . B. M là trọng tâm $\triangle ABC$.
C. M trùng B . D. A là trung điểm MB .

Lời giải

Chọn B

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{O} \text{ nên } M \text{ là trọng tâm } \triangle ABC.$$

- Câu 7:** Cho tứ giác $ABCD$, M là điểm thỏa $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** M trùng D . **B.** M trùng A . **C.** M trùng B . **D.** M trùng C .

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC}.$$

Câu 8: Cho $ABCD$ là hình bình hành, M là điểm thỏa $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** M trùng D . **B.** M trùng A . **C.** M trùng B . **D.** M trùng C .

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}.$$

Câu 9: Cho $ABCD$ là hình bình hành tâm O , M là điểm thỏa $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{OC}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** M trùng O . **B.** M trùng A . **C.** M trùng B . **D.** M trùng C .

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{OC} \text{ suy ra } \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AO} \text{ (} O \text{ là trung điểm } AC \text{) nên } M \text{ trùng } O.$$

Câu 10: Cho $ABCD$ là hình bình hành tâm O , M là điểm thỏa $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** M trùng D . **B.** M trùng A . **C.** M trùng B . **D.** M trùng C .

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}, \text{ suy ra } M \text{ trùng } D.$$

Câu 11: Cho $ABCD$ là hình bình hành tâm O , M là điểm thỏa $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** M trùng O . **B.** M trùng A . **C.** M trùng B . **D.** M trùng C .

Lời giải

Chọn B

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{0}.$$

Câu 12: Cho tứ giác $PQRN$ có O là giao điểm 2 đường chéo, M là điểm thỏa $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{ON}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** M trùng P . **B.** M trùng Q .
C. M trùng O . **D.** M trùng R .

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} \Leftrightarrow \overrightarrow{NM} = \overrightarrow{NO}.$$

Câu 13: Cho $\triangle ABC$, tìm điểm M thỏa $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{CM} - \overrightarrow{CA}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** M là trung điểm AB . **B.** M là trung điểm BC .
C. M là trung điểm CA . **D.** M là trọng tâm $\triangle ABC$.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{CM} - \overrightarrow{CA} \Leftrightarrow \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AM} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$$

Suy ra M là trọng tâm ΔABC .

Câu 14: Cho ΔDEF , tìm M thỏa $\overrightarrow{MD} - \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{MF} = \overrightarrow{ED}$. **B.** $\overrightarrow{FM} = \overrightarrow{ED}$. **C.** $\overrightarrow{EM} = \overrightarrow{DF}$. **D.** $\overrightarrow{FM} = \overrightarrow{DE}$.

Lời giải

Chọn B

$$\overrightarrow{MD} - \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{MF} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{FM} = \overrightarrow{ED}.$$

Suy ra M là điểm cuối của vec tơ có điểm đầu là F sao cho $\overrightarrow{FM} = \overrightarrow{ED}$.

Câu 15: Cho ΔDEF , M là điểm thỏa $\overrightarrow{MD} - \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{EM} = \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{EF}$. **B.** $\overrightarrow{FD} = \overrightarrow{EM}$. **C.** $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MF} = \overrightarrow{EM}$. **D.** $\overrightarrow{FM} = \overrightarrow{DE}$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{MD} - \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{MF} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{FM} = \overrightarrow{ED}.$$

Suy ra $DEFM$ là hình bình hành. Do đó $\overrightarrow{EM} = \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{EF}$.

Câu 16: Cho ΔABC có O là trung điểm BC , tìm M thỏa $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MB}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** M trùng A . **B.** M trùng B . **C.** M trùng O . **D.** M trùng C .

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \overrightarrow{CM} = \vec{0}$$

Suy ra M trùng C .

Câu 17: Cho ΔABC , tìm điểm M thỏa $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BM} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** M là trung điểm AB . **B.** M là trung điểm BC .
C. M là trung điểm CA . **D.** M là trọng tâm ΔABC .

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BM} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$$

Suy ra M là trung điểm AC .

Câu 18: Cho ΔABC , điểm M thỏa $\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{CM} - \overrightarrow{CB}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** M trùng A . **B.** M trùng B .
C. $ACMB$ là hình bình hành. **D.** $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BM}$.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{CM} - \overrightarrow{CB} \Leftrightarrow \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BM} \Leftrightarrow \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{BA}$$

Suy ra M là điểm thỏa $ABCM$ là hình bình hành. Nên $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BM}$.

Câu 19: Cho $\triangle ABC$, D là trung điểm AB , E là trung điểm BC , điểm M thỏa $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BM} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CM}$.

B. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{ED}$.

C. M là trung điểm BC .

D. $\overrightarrow{EM} = \overrightarrow{BD}$.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BM} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{O}$$

Suy ra M là trung điểm AC . Suy ra $BEMD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{EM} = \overrightarrow{BD}$.

Câu 20: Cho tứ giác $ABCD$, điểm M thỏa $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{CD}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M là trung điểm AB .

B. M là trung điểm BC .

C. D là trung điểm BM .

D. M là trung điểm DC .

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{CD}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{CD}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{CD}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{DM} = \overrightarrow{BD}$$

DẠNG 5: CÁC BÀI TOÁN TÍNH ĐỘ DÀI CỦA VECTO

1 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Tính $|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}|$.

Lời giải

Theo quy tắc đường chéo hình bình hành, ta có $|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2}$.

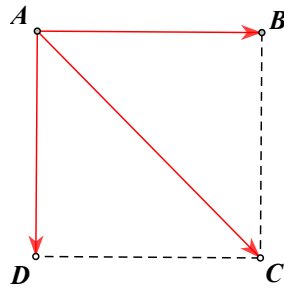
Câu 2. Cho tam giác ABC đều cạnh a . Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$.

Lời giải

Gọi M là điểm sao cho $ABMC$ là hình bình hành. Ta có $AB = AC$ nên $ABMC$ là hình thoi. Gọi O là tâm hình thoi $ABMC$. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AM}| = AM = 2AO = a\sqrt{3}$.

Câu 3. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh $2a$. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}|$.

Lời giải



Ta có $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = 2a\sqrt{2}$.

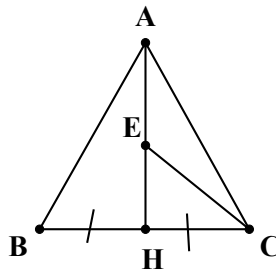
Câu 4. Cho tam giác ABC đều có cạnh $AB = 5$, H là trung điểm của BC . Tính $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}|$.

Lời giải

Gọi M là điểm sao cho $CHMA$ là hình bình hành.

Ta có: $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = |\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CH}| = |\overrightarrow{CM}| = CM = 2CE$ (E là tâm của hình bình hành $CHMA$).

Ta lại có: $AH = \frac{5\sqrt{3}}{2}$ ($\triangle ABC$ đều, AH là đường cao).

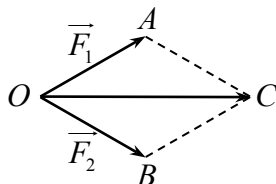


Trong tam giác HEC vuông tại H , có:

$$EC = \sqrt{CH^2 + HE^2} = \sqrt{2.5^2 + \left(\frac{5\sqrt{3}}{4}\right)^2} = \frac{5\sqrt{7}}{4} \Rightarrow |\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = 2CE = \frac{5\sqrt{7}}{2}.$$

Câu 5. Có hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ cùng tác động vào một vật đứng tại điểm O , biết hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đều có cường độ là 50 (N) và chúng hợp với nhau một góc 60° . Hỏi vật đó phải chịu một lực tổng hợp có cường độ bằng bao nhiêu?

Lời giải



Giả sử $\vec{F}_1 = \overrightarrow{OA}, \vec{F}_2 = \overrightarrow{OB}$.

Theo quy tắc hình bình hành, suy ra $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \overrightarrow{OC}$, như hình vẽ.

Ta có $\widehat{AOB} = 60^\circ$, $OA = OB = 50$, nên tam giác OAB đều, suy ra $OC = 50\sqrt{3}$.

Vậy $|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = |\vec{OC}| = 50\sqrt{3} \text{ (N)}.$

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Cho tam giác ABC đều cạnh a . Tính $|\vec{AB} + \vec{AC}|$.

- A. $|\vec{AB} + \vec{AC}| = a\sqrt{3}$. **B.** $|\vec{AB} + \vec{AC}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $|\vec{AB} + \vec{AC}| = 2a$. **D.** $|\vec{AB} + \vec{AC}| = 2a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi M là điểm sao cho $ABMC$ là hình bình hành. Ta có $AB = AC$ nên $ABMC$ là hình thoi. Gọi O là tâm hình thoi $ABMC$. $|\vec{AB} + \vec{AC}| = |\vec{AM}| = AM = 2AO = a\sqrt{3}$.

Câu 2: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Độ dài $|\vec{AD} + \vec{AB}|$ bằng

- A.** $2a$ **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

Theo quy tắc đường chéo hình bình hành, ta có

$$|\vec{AD} + \vec{AB}| = |\vec{AC}| = AC = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2}.$$

Câu 3: Cho tam giác đều ABC cạnh a , mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $|\vec{AC}| = \vec{BC}$. **B.** $\vec{AC} = a$. **C.** $\vec{AB} = \vec{AC}$. **D.** $|\vec{AB}| = a$.

Lời giải

Chọn D

$$|\vec{AB}| = AB = a.$$

Câu 4: Cho $\vec{AB}$ khác $\vec{0}$ và cho điểm C . Có bao nhiêu điểm D thỏa $|\vec{AB}| = |\vec{CD}|$?

- A.** Vô số. **B.** 1 điểm. **C.** 2 điểm. **D.** Không có điểm nào.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } |\vec{AB}| = |\vec{CD}| \Leftrightarrow AB = CD.$$

Suy ra tập hợp các điểm D là đường tròn tâm C bán kính AB .

Câu 5: Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau đây:

- A.** $\vec{0}$ cùng hướng với mọi vectơ. **B.** $\vec{0}$ cùng phương với mọi vectơ.
C. $\vec{AA} = \vec{0}$. **D.** $|\vec{AB}| > 0$.

Lời giải

Chọn D

Mệnh đề $|\overrightarrow{AB}| > 0$ là mệnh đề **sai**, vì khi $A \equiv B$ thì $|\overrightarrow{AB}| = 0$.

Câu 6: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm I ; G là trọng tâm tam giác BCD . Đẳng thức nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC}$.

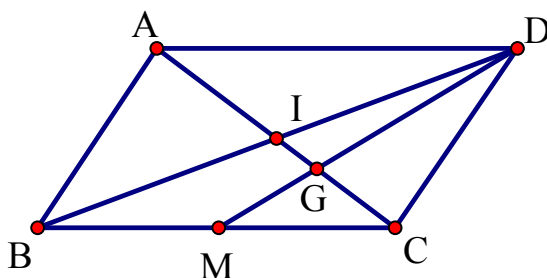
B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$.

C. $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}|$.

D. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{DC}$ (vô lý) $\rightarrow$ A sai.

G là trọng tâm tam giác BCD ; A là một điểm nằm ngoài tam giác $BCD \rightarrow$ đẳng thức ở đáp án B đúng.

Ta có $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{BD}|$ và $|\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}| = |\overrightarrow{DB}|$. Mà $|\overrightarrow{DB}| = |\overrightarrow{BD}| \rightarrow$ đáp án C đúng.

Ta có $\overrightarrow{IA}$ và $\overrightarrow{IC}$ đối nhau, có độ dài bằng nhau $\Leftrightarrow \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$; tương tự $\Leftrightarrow \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{ID} = \vec{0} \rightarrow$ đáp án D là đúng.

Câu 7: Cho tam giác ABC đều có cạnh $AB = 5$, H là trung điểm của BC . Tính $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}|$.

A. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{5\sqrt{3}}{2}$.

B. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = 5$.

C. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{5\sqrt{7}}{4}$.

D. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{5\sqrt{7}}{2}$.

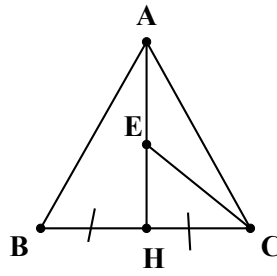
Lời giải

Chọn D

Gọi M là điểm sao cho $CHMA$ là hình bình hành.

Ta có: $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = |\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CH}| = |\overrightarrow{CM}| = CM = 2CE$ (E là tâm của hình bình hành $CHMA$).

Ta lại có: $AH = \frac{5\sqrt{3}}{2}$ ($\triangle ABC$ đều, AH là đường cao).



Trong tam giác HEC vuông tại H , có:

$$EC = \sqrt{CH^2 + HE^2} = \sqrt{2 \cdot 5^2 + \left(\frac{5\sqrt{3}}{4}\right)^2} = \frac{5\sqrt{7}}{4} \Rightarrow |\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = 2CE = \frac{5\sqrt{7}}{2}.$$

Câu 8: Gọi O là giao điểm của hai đường chéo hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây sai?

- A.** $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$. **B.** $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$. **C.** $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC}$. **D.** $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC}$.

Lời giải

Chọn C

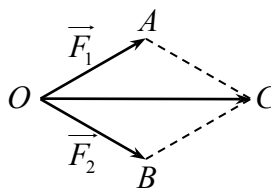
Ta có O là trung điểm của AC nên $\overrightarrow{OA} = -\overrightarrow{OC}$.

Câu 9: Có hai lực $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$ cùng tác động vào một vật đứng tại điểm O , biết hai lực $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$ đều có cường độ là 50 (N) và chúng hợp với nhau một góc 60° . Hỏi vật đó phải chịu một lực tổng hợp có cường độ bằng bao nhiêu?

- A.** 100 (N). **B.** $50\sqrt{3}$ (N). **C.** $100\sqrt{3}$ (N). **D.** Đáp án khác.

Lời giải

Chọn B



Giả sử $\overrightarrow{F_1} = \overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{OB}$.

Theo quy tắc hình bình hành, suy ra $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{OC}$, như hình vẽ.

Ta có $\widehat{AOB} = 60^\circ$, $OA = OB = 50$, nên tam giác OAB đều, suy ra $OC = 50\sqrt{3}$.

Vậy $|\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}| = |\overrightarrow{OC}| = 50\sqrt{3}$ (N).

Câu 10: Cho tứ giác $ABCD$ có $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ và $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A.** $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$. **B.** $ABCD$ là hình thoi.
C. $|\overrightarrow{CD}| = |\overrightarrow{BC}|$. **D.** $ABCD$ là hình thang cân.

Lời giải

Chọn D

Tứ giác $ABCD$ có $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow ABCD$ là hình bình hành (1), nên $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

Mà $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$ (2).

Từ (1) và (2) ta có $ABCD$ là hình thoi nên $|\overrightarrow{CD}| = |\overrightarrow{BC}|$.

Câu 11: Cho tam giác ABC vuông cân tại A có $AB = a$. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$.

- A.** $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a\sqrt{2}$. **B.** $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2a$. **D.** $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a$.

Lời giải

Chọn A

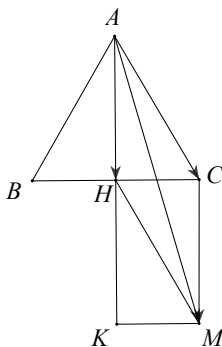
Gọi D là điểm thỏa $ABDC$ là hình bình hành. Tam giác ABC vuông cân tại A suy ra $ABDC$ là hình vuông. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AD}| = 2AM = BC = a\sqrt{2}$.

Câu 12: Cho tam giác ABC đều cạnh a , có AH là đường trung tuyến. Tính $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AH}|$.

- A.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $2a$. **C.** $\frac{a\sqrt{13}}{2}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C



Dựng $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AH} \Rightarrow AHMC$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AM} \Rightarrow |\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AH}| = AM$.

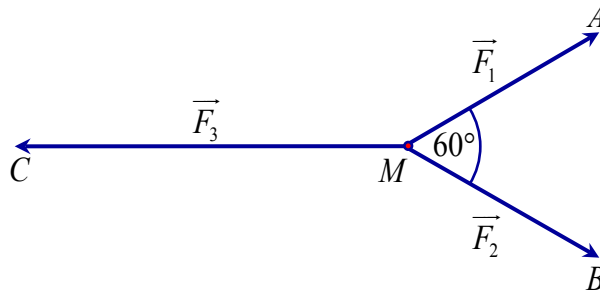
Gọi K đối xứng với A qua $BC \Rightarrow \triangle AKM$ vuông tại K .

$$AK = 2AH = a\sqrt{3}; \quad KM = CH = \frac{a}{2}.$$

$$AM = \sqrt{AK^2 + KM^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{13}}{2}.$$

Câu 13: Cho ba lực $\overrightarrow{F_1} = \overrightarrow{MA}$, $\overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{MB}$, $\overrightarrow{F_3} = \overrightarrow{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên.

Cho biết cường độ của $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$ đều bằng $25N$ và góc $\widehat{AMB} = 60^\circ$. Khi đó cường độ lực của $\overrightarrow{F_3}$ là

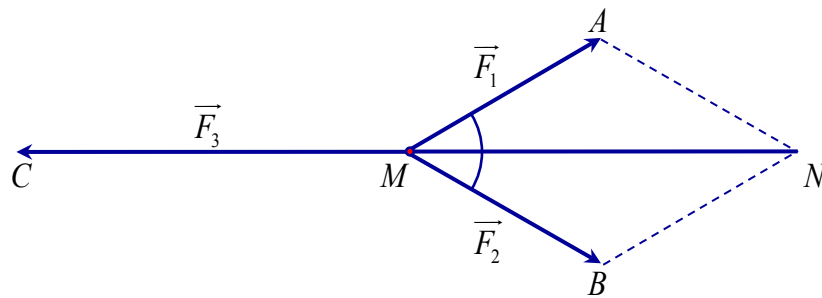


- A.** $25\sqrt{3} \text{ N}$. **B.** $50\sqrt{3} \text{ N}$. **C.** $50\sqrt{2} \text{ N}$. **D.** $100\sqrt{3} \text{ N}$.

Lời giải

Chọn A

Vật đứng yên nên ba lực đã cho cân bằng. Ta được $\vec{F}_3 = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)$.



Dựng hình bình hành $AMBN$. Ta có $-\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = -\vec{MA} - \vec{MB} = -\vec{MN}$.

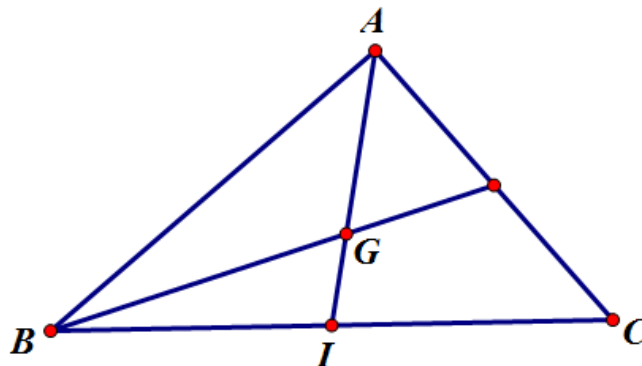
Suy ra $|\vec{F}_3| = |-\vec{MN}| = MN = \frac{2\sqrt{3}MA}{2} = 25\sqrt{3}$.

Câu 14: Cho tam giác ABC có G là trọng tâm, I là trung điểm BC . Tìm khẳng định **sai**.

- A.** $|\vec{IB} + \vec{IC} + \vec{IA}| = IA$. **B.** $|\vec{IB} + \vec{IC}| = BC$. **C.** $|\vec{AB} + \vec{AC}| = 2AI$. **D.** $|\vec{AB} + \vec{AC}| = 3GA$.

Lời giải

Chọn B



$|\vec{IB} + \vec{IC} + \vec{IA}| = |\vec{0} + \vec{IA}| = |\vec{IA}| = IA$ (Do I là trung điểm BC) nên khẳng định ở A đúng.

$|\vec{AB} + \vec{AC}| = |\vec{AD}| = AD = 2AI$ (Gọi D là điểm thỏa $ABDC$ là hình bình hành, I là trung điểm BC) nên khẳng định ở C đúng.

$|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2AI = 3GA$ (Do G là trọng tâm tam giác ABC) nên khẳng định ở D đúng.

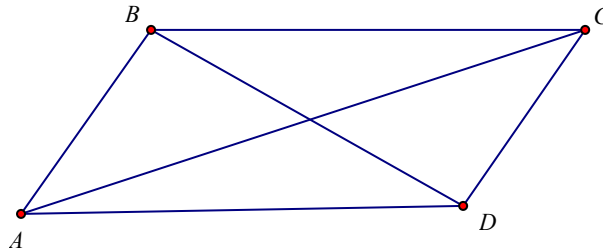
$|\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC}| = |\vec{0}| = 0$ (Do I là trung điểm BC) nên khẳng định ở B sai.

Câu 15: Cho hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây **sai**?

- A.** $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|$. **B.** $|\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{DA}|$. **C.** $|\overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{BC}|$. **D.** $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$.

Lời giải

Chọn A



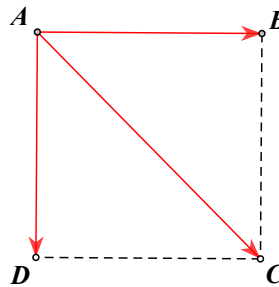
Ta có $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|$ là đẳng thức sai vì độ dài hai đường chéo của hình bình hành không bằng nhau.

Câu 16: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh $2a$. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}|$.

- A.** $4a\sqrt{2}$. **B.** $4a$. **C.** $2a\sqrt{2}$. **D.** $2a$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = 2a\sqrt{2}$.

Câu 17: Cho tam giác ABC đều, cạnh $2a$, trọng tâm G . Độ dài vector $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GC}$ là

- A.** $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{2a}{3}$. **C.** $\frac{4a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có : $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GB} - (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC}) = \overrightarrow{GB} - (-\overrightarrow{GB})$ vì $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

Khi đó $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GC}| = |\overrightarrow{GE}| = 2GB = 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{2} = \frac{4a\sqrt{3}}{3}$ (E đối xứng với G qua M).

Câu 18: Tam giác ABC thỏa mãn: $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$ thì tam giác ABC là

- A.** Tam giác vuông A . **B.** Tam giác vuông C .
C. Tam giác vuông B . **D.** Tam giác cân tại C .

Lời giải

Chọn A

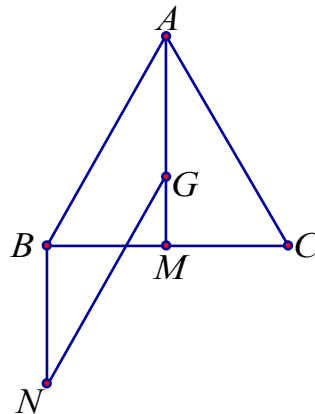
Gọi E là trung điểm BC , M là điểm thỏa $ABCM$ là hình bình hành. Ta có $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}| \Leftrightarrow |\overrightarrow{AM}| = |\overrightarrow{CB}| \Leftrightarrow AE = \frac{1}{2}BC$. Trung tuyến kẻ từ A bằng một nửa cạnh BC nên tam giác ABC vuông tại A .

Câu 19: Cho tam giác đều ABC cạnh $2a$ có G là trọng tâm. Khi đó $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GC}|$ là

- A.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{4a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{2a}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm BC , dựng điểm N sao cho $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{AG}$.

Ta có: $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GC}| = |\overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GC}| = |\overrightarrow{GB} - (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC})| = |2\overrightarrow{GB}| = 2.GB = 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{2} = \frac{4a\sqrt{3}}{3}$

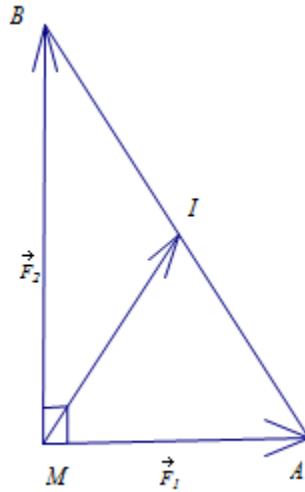
(E đối xứng với B qua G).

Câu 20: Cho hai lực $\overrightarrow{F_1} = \overrightarrow{MA}$, $\overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{MB}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M cường độ hai lực $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$ lần lượt là $300(\text{N})$ và $400(\text{N})$. $\widehat{AMB} = 90^\circ$. Tìm cường độ của lực tổng hợp tác động vào vật.

- A.** $0(\text{N})$. **B.** $700(\text{N})$. **C.** $100(\text{N})$. **D.** $500(\text{N})$.

Lời giải

Chọn D



Cường độ lực tổng hợp của $|\vec{F}| = |\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = |\vec{MA} + \vec{MB}| = 2|\vec{MI}| = AB$ (I là trung điểm của AB). Ta có $AB = \sqrt{MA^2 + MB^2} = 500$ suy ra $|\vec{F}| = 500(N)$.