

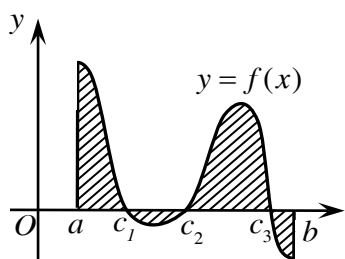
CHỦ ĐỀ 3. ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Diện tích hình phẳng

a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, trục hoành và

hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được xác định: $S = \int_a^b |f(x)| dx$

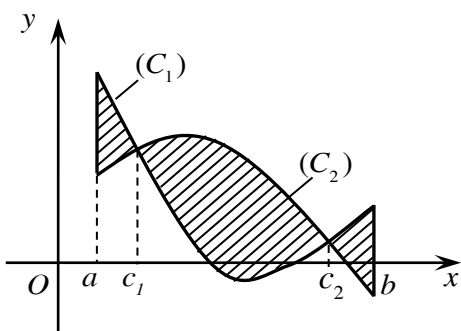


$$(H) \begin{cases} y = f(x) \\ y = 0 \\ x = a \\ x = b \end{cases}$$

$$S = \int_a^b |f(x)| dx$$

b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và

hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được xác định: $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$



$$(H) \begin{cases} (C_1): y = f_1(x) \\ (C_2): y = f_2(x) \\ x = a \\ x = b \end{cases}$$

$$S = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)| dx$$

Chú ý:

- Nếu trên đoạn $[a; b]$, hàm số $f(x)$ không đổi dấu thì: $\int_a^b |f(x)| dx = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$

- Nhớ vững cách tính tích phân của hàm số có chứa giá trị tuyệt đối

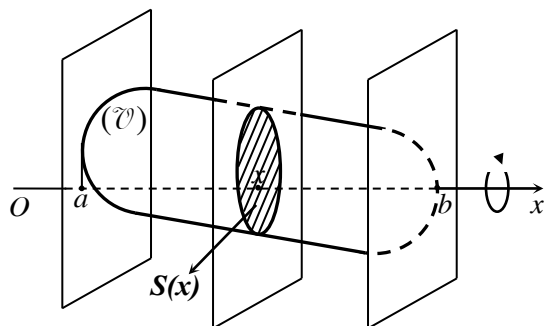
- Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $x = g(y)$, $x = h(y)$ và hai đường thẳng $y = c$,

$y = d$ được xác định: $S = \int_c^d |g(y) - h(y)| dy$

2. Thể tích vật thể và thể tích khối tròn xoay

a) Thể tích vật thể:

Gọi B là phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại các điểm a và b ; $S(x)$ là diện tích thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm x , ($a \leq x \leq b$). Giả sử $S(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$.

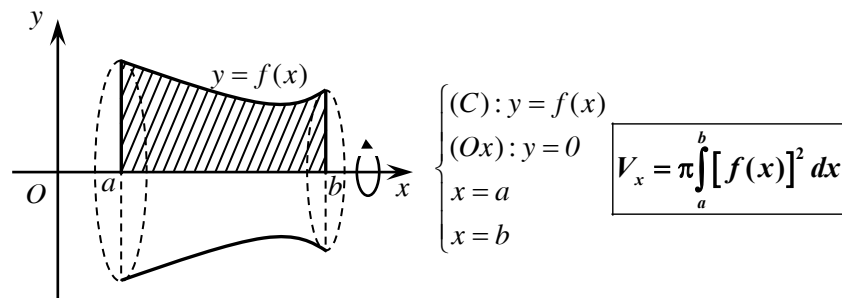


$$V = \int_a^b S(x) dx$$

Khi đó, thể tích của vật thể B được xác định: $V = \int_a^b S(x) dx$

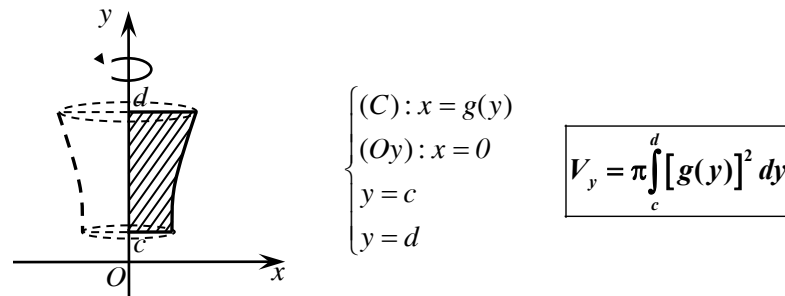
b) Thể tích khối tròn xoay:

Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ quanh trục Ox :



Chú ý:

- Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $x = g(y)$, trục hoành và hai đường thẳng $y = c$, $y = d$ quanh trục Oy :



- Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ quanh trục Ox :

$$V = \pi \int_a^b |f^2(x) - g^2(x)| dx$$

B. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

I- Câu hỏi tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường:

Những điểm cần lưu ý:

Trường hợp 1. Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = g(x)$, $x = a$, $x = b$ là $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

Phương pháp giải toán

+) Giải phương trình $f(x) = g(x)$ (1)

+) Nếu (1) vô nghiệm thì $S = \left| \int_a^b (f(x) - g(x)) dx \right|$.

+) Nếu (1) có nghiệm thuộc $[a; b]$, giả sử α thì

$$S = \left| \int_a^{\alpha} (f(x) - g(x)) dx \right| + \left| \int_{\alpha}^b (f(x) - g(x)) dx \right|$$

Chú ý: Có thể lập bảng xét dấu hàm số $f(x) - g(x)$ trên đoạn $[a; b]$ rồi dựa vào bảng xét dấu để tính tích phân.

Trường hợp 2. Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = g(x)$ là $S = \int_a^{\beta} |f(x) - g(x)| dx$. Trong đó α, β là nghiệm nhỏ nhất và lớn nhất của phương trình $f(x) = g(x)$ ($a \leq \alpha < \beta \leq b$).

Phương pháp giải toán

Bước 1. Giải phương trình $f(x) = g(x)$ tìm các giá trị α, β .

Bước 2. Tính $S = \int_a^{\beta} |f(x) - g(x)| dx$ như trường hợp 1.

Câu 1. Công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$) là:

A. $S = \pi \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

B. $S = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$.

C. $S = \int_a^b (f(x) - g(x))^2 dx$.

D. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

Câu 2. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, liên tục trên $[a; b]$ trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) cho bởi công thức:

A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

B. $S = \int_a^b f(x) dx$.

C. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$.

D. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Câu 3. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 + 11x - 6$, $y = 6x^2$, $x = 0$, $x = 2$. (Đơn vị diện tích)

A. $\frac{4}{3}$

B. $\frac{5}{2}$

C. $\frac{8}{3}$

D. $\frac{18}{23}$

Câu 4. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = x^3$, $y = 4x$ là:

A. 8

B. 9

C. 12

D. 13

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và nhận giá trị không âm trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị của $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b f(x)dx$. B. $S = -\int_a^b f(x)dx$. C. $S = -\int_a^b f^2(x)dx$. D. $S = \int_a^b f^2(x)dx$.

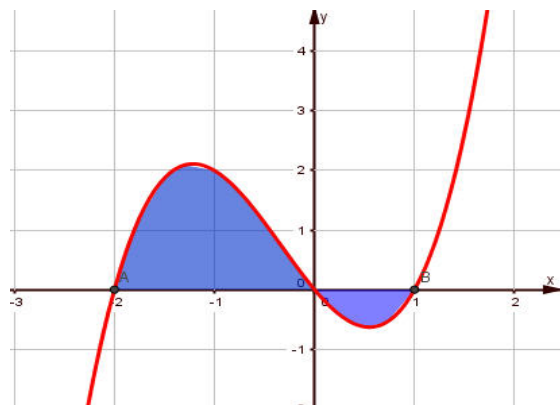
Câu 6. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b |f(x)|dx$. B. $S = \int_a^b f(x)dx$. C. $S = \int_a^b |f(x)|^2 dx$. D. $S = \pi \int_a^b f(x)dx$.

Câu 7. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)|^2 dx$. B. $S = \int_a^b [f(x) - g(x)]dx$.
C. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)|dx$. D. $S = \pi \int_a^b |f(x) - g(x)|^2 dx$.

Câu 8. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$. Diện tích hình phẳng (phần tô đậm trong hình) là



A. $S = \int_{-2}^0 f(x)dx + \int_0^1 f(x)dx$ B. $S = \int_{-2}^1 f(x)dx$
C. $S = \int_0^{-2} f(x)dx + \int_0^1 f(x)dx$ D. $S = \int_{-2}^0 f(x)dx - \int_0^1 f(x)dx$

Câu 9. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 3$ là

A. 19 B. 18 C. 20 D. 21

Câu 10. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 4$ là

A. 4 B. $\frac{14}{5}$ C. $\frac{13}{3}$ D. $\frac{14}{3}$

Câu 11. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt[3]{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 8$ là

A. $\frac{45}{2}$ B. $\frac{45}{4}$ C. $\frac{45}{7}$ D. $\frac{45}{8}$

Câu 12. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sin x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = \pi$, $x = \frac{3\pi}{2}$ là

A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. 2 D. $\frac{3}{2}$

- Câu 13.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \tan x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = \frac{\pi}{6}$, $x = \frac{\pi}{4}$ là
- A. $\ln \frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\ln \frac{\sqrt{6}}{3}$ C. $-\ln \frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $-\ln \frac{\sqrt{6}}{3}$

- Câu 14.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^{2x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 3$ là
- A. $\frac{e^6}{2} + \frac{1}{2}$ B. $\frac{e^6}{2} - \frac{1}{2}$ C. $\frac{e^6}{3} + \frac{1}{3}$ D. $\frac{e^6}{3} - \frac{1}{3}$

[DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG]
VẬN DỤNG THẤP

- Câu 15.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 4$ là
- A. $\frac{53}{4}$ B. $\frac{51}{4}$ C. $\frac{49}{4}$ D. $\frac{25}{2}$

- Câu 16.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 4$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 3$ là
- A. $\frac{142}{5}$ B. $\frac{143}{5}$ C. $\frac{144}{5}$ D. $\frac{141}{5}$

- Câu 17.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x+2}$, trục hoành và đường thẳng $x = 2$ là
- A. $3 + 2 \ln 2$ B. $3 - \ln 2$ C. $3 - 2 \ln 2$ D. $3 + \ln 2$

- Câu 18.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi parabol $y = 2 - x^2$ và đường thẳng $y = -x$ là
- A. $\frac{7}{2}$ B. $\frac{9}{4}$ C. 3 D. $\frac{9}{2}$

- Câu 19.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \cos 2x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$ là
- A. 2 B. 1 C. 3 D. 4

- Câu 20.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 4$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 3$ là
- A. $\frac{71}{5}$ B. $\frac{73}{5}$ C. $\frac{72}{5}$ D. 14

- Câu 21.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x+2}$, trục hoành và đường thẳng $x = 2$ là
- A. $3 + 2 \ln 2$ B. $3 - \ln 2$ C. $3 - 2 \ln 2$ D. $3 + \ln 2$

- Câu 22.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi parabol $y = 2 - x^2$ và đường thẳng $y = -x$ là
- A. $\frac{9}{2}$ B. $\frac{9}{4}$ C. 3 D. $\frac{7}{2}$

- Câu 23.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \cos 2x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$ là
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

- Câu 24.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$ và $y = \sqrt[3]{x}$ là
- A. $\frac{1}{12}$ B. $\frac{1}{13}$ C. $\frac{1}{14}$ D. $\frac{1}{15}$
- Câu 25.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$ và $y = x^3 - 4x^2 + 2x + 1$ là
- A. $\frac{37}{13}$ B. $\frac{37}{12}$ C. 3 D. 4
- Câu 26.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^2 + 4$, đường thẳng $x = 3$, trục tung và trục hoành là
- A. $\frac{22}{3}$ B. $\frac{32}{3}$ C. $\frac{25}{3}$ D. $\frac{23}{3}$
- Câu 27.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = x^3 - 4x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -3$, $x = 4$ là
- A. $\frac{202}{3}$ B. $\frac{203}{4}$ C. $\frac{201}{5}$ D. $\frac{201}{4}$
- Câu 28.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = x \ln x$, trục hoành và đường thẳng $x = e$ là
- A. $\frac{e^2 - 1}{2}$ B. $\frac{e^2 + 1}{2}$ C. $\frac{e^2 - 1}{4}$ D. $\frac{e^2 + 1}{4}$
- Câu 29.** Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = x^2 + x - 2$, $y = x + 2$ và hai đường thẳng $x = -2$; $x = 3$. Diện tích của (H) bằng
- A. $\frac{87}{5}$ B. $\frac{87}{4}$ C. $\frac{87}{3}$ D. $\frac{87}{5}$
- Câu 30.** Gọi (H) là hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = (1 + e^x)x$, $y = (1 + e)x$. Diện tích của (H) bằng
- A. $\frac{e - 1}{2}$ B. $\frac{e - 2}{2}$ C. $\frac{e - 2}{2}$ D. $\frac{e + 1}{2}$

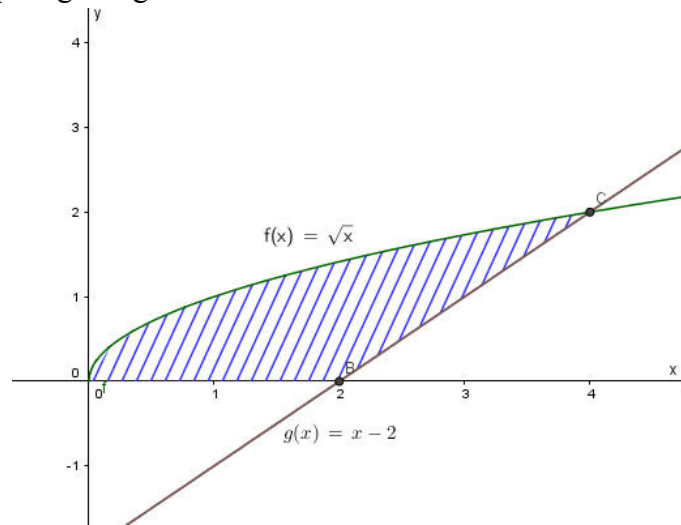
VẬN DỤNG CẤP ĐỘ CAO

- Câu 31.** Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = |x^2 - 1|$, $y = |x| + 5$. Diện tích của (H) bằng
- A. $\frac{71}{3}$ B. $\frac{73}{3}$ C. $\frac{70}{3}$ D. $\frac{74}{3}$
- Câu 32.** Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = |x^2 - 4x + 3|$, $y = x + 3$. Diện tích của (H) bằng
- A. $\frac{108}{5}$ B. $\frac{109}{5}$ C. $\frac{109}{6}$ D. $\frac{119}{6}$
- Câu 33.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P): $y = x^2 + 3$, tiếp tuyến của (P) tại điểm có hoành độ $x = 2$ và trục tung bằng
- A. $\frac{8}{3}$ B. $\frac{4}{3}$ C. 2 D. $\frac{7}{3}$
- Câu 34.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y^2 - 2y + x = 0$, $x + y = 0$ là
- A. $\frac{9}{4}$ B. $\frac{9}{2}$ C. $\frac{7}{2}$ D. $\frac{11}{2}$

Câu 35. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x^2$; $y = \frac{1}{27}x^2$; $y = \frac{27}{x}$ bằng

- A. $27 \ln 2$ B. $27 \ln 3$ C. $28 \ln 3$ D. $29 \ln 3$

Câu 36. Diện tích hình phẳng trong hình vẽ sau là



- A. $\frac{8}{3}$ B. $\frac{11}{3}$ C. $\frac{7}{3}$ D. $\frac{10}{3}$

Câu 37. Diện tích hình phẳng nằm trong góc phần tư thứ nhất, giới hạn bởi các đường thẳng $y = 8x$, $y = x$ và đồ thị hàm số $y = x^3$ là $\frac{a}{b}$. Khi đó $a + b$ bằng

- A. 68 B. 67 C. 66 D. 65

Câu 38. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng $y = 1$, $y = x$ và đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{4}$ trong miền $x \geq 0, y \leq 1$ là $\frac{a}{b}$. Khi đó $b - a$ bằng

- A. 4 B. 2 C. 3 D. 1

Câu 39. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng $y = \begin{cases} -x, & \text{nếu } x \leq 1 \\ x - 2, & \text{nếu } x > 1 \end{cases}$ và $y = \frac{10}{3}x - x^2$ là $\frac{a}{b}$. Khi đó $a + 2b$ bằng

- A. 16 B. 15 C. 17 D. 18

Câu 40. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $(C): y = \frac{-x^2 + 4x - 4}{x - 1}$, tiệm cận xiêm của (C) và hai đường thẳng $x = 0, x = a$ ($a < 0$) có diện tích bằng 5. Khi đó a bằng

- A. $1 - e^5$ B. $1 + e^5$ C. $1 + 2e^5$ D. $1 - 2e^5$

II-Câu hỏi tính thể tích vật tròn xoay giới hạn bởi các đường:

Những điểm cần lưu ý:

. **Tính thể tích khối tròn xoay:**

Trường hợp 1. Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = a$

và $x = b$ ($a < b$) **quay quanh trục Ox** là $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Trường hợp 2. Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = g(x)$,

$x = a$ và $x = b$ ($a < b$) **quay quanh trục Ox** là $V = \pi \int_a^b |f^2(x) - g^2(x)| dx$.

NHẬN BIẾT – THÔNG HIỂU

Câu 41. Thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{4}{x}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 4$ quanh trục ox là:

- A. 6π B. 6π C. 12π D. 6π

Câu 42. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \cos 4x$, Ox , $x = 0$, $x = \frac{\pi}{8}$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

- A. $\frac{\pi^2}{2}$ B. $\frac{\pi^2}{16}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\left(\frac{\pi+1}{16}\right) \cdot \pi$

Câu 43. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, Ox , $x = a$, $x = b$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

- A. $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx$. B. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$. C. $V = \int_a^b \pi^2 \cdot f^2(x) dx$. D. $V = \int_a^b f^2(x) dx$.

Câu 44. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x-1}$; trục Ox và đường thẳng $x = 3$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

- A. $\frac{3}{2}\pi$ B. 3π C. 2π D. π

Câu 45. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 + 1$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

- A. $\frac{79\pi}{63}$ B. $\frac{23\pi}{14}$ C. $\frac{5\pi}{4}$ D. 9π

Câu 46. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y^2 = x$, $x = a$, $x = b$ ($0 < a < b$) quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

- A. $V = \pi^2 \int_a^b x dx$. B. $V = \pi \int_a^b \sqrt{x} dx$. C. $V = \pi \int_a^b x dx$. D. $V = \pi^2 \int_a^b \sqrt{x} dx$.

Câu 47. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = -x^2 + 2x$, $y = 0$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

- A. $\frac{496\pi}{15}$ B. $\frac{4\pi}{3}$ C. $\frac{64\pi}{15}$ D. $\frac{16\pi}{15}$

Câu 48. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{1-x^2}$, $y = 0$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

- A. $\frac{3\pi}{2}$ B. $\frac{2\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{4}{3}\pi$

Câu 49. Thể tích khối tròn xoay trong không gian $Oxyz$ giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 0$; $x = \pi$ và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng vuông góc với Ox tại điểm $(x; 0; 0)$ bất kỳ là đường tròn bán kính $\sqrt{\sin x}$ là:

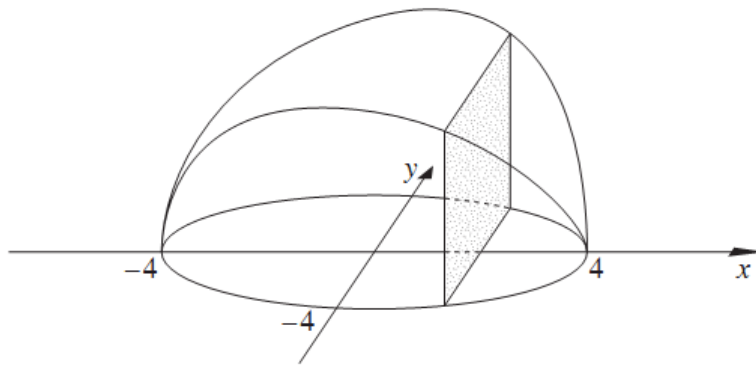
- A. $V = 2$. B. $V = \pi$. C. $V = 4\pi$. D. $V = 2\pi$.

- Câu 50.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \tan x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{3}$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:
- A. $V = \pi \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right)$ B. $V = \pi \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right)$ C. $V = \pi \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right)$ D. $V = \pi \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right)$

- Câu 51.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 1 + \sqrt{x}$, Ox , $x = 0$, $x = 4$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:
- A. $\pi^2 \frac{28}{3}$ B. $\pi \cdot \frac{68}{3}$ C. $\pi \frac{28}{3}$ D. $\pi^2 \cdot \frac{68}{3}$

VẬN DỤNG

- Câu 52.** Một vật có kích thước và hình dáng như hình vẽ dưới đây. Đây là hình tròn giới hạn bởi đường tròn $x^2 + y^2 = 16$ (nằm trong mặt phẳng Oxy), cắt vật bởi các mặt phẳng vuông góc với trục Ox ta được thiết diện là hình vuông. Thể tích của vật thể là:



- A. $\int_{-4}^4 4(16 - x^2) dx$ B. $\int_{-4}^4 4x^2 dx$ C. $\int_{-4}^4 4\pi x^2 dx$ D. $\int_{-4}^4 4\pi(16 - x^2) dx$
- Câu 53.** Cho hình phẳng D giới hạn bởi các đường $y^2 = 4x$ và đường thẳng $x = 4$. Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi D xoay quanh trục Ox là:
- A. 32π B. 64π C. 16π D. 4π
- Câu 54.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \ln x$, $y = 0$, $x = 2$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:
- A. $2\ln^2 2 - 4\ln 2 + 2$ B. $\pi(2\ln^2 2 + 4\ln 2 - 2)$
C. $\pi(2\ln^2 2 - 4\ln 2 + 2)$ D. $\pi(2\ln 2 - 1)$
- Câu 55.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = ax^2$, $y = bx$ ($a, b \neq 0$) quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:
- A. $V = \pi \cdot \frac{b^3}{a^3} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right)$ B. $V = \pi \cdot \frac{b^5}{5a^3}$ C. $V = \pi \cdot \frac{b^5}{3a^3}$ D. $V = \pi \cdot \frac{b^5}{a^3} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right)$
- Câu 56.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{4 - x^2}$, $y = \frac{1}{3}x^2$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:
- A. $V = \frac{24\pi\sqrt{3}}{5}$ B. $V = \frac{28\pi\sqrt{3}}{5}$ C. $V = \frac{28\pi\sqrt{2}}{5}$ D. $V = \frac{24\pi\sqrt{2}}{5}$
- Câu 57.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3x$, $y = x$, $x = 0$, $x = 1$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

A. $V = \frac{8\pi}{3}$.

B. $V = \frac{4\pi}{3}$.

C. $V = \frac{2\pi}{3}$.

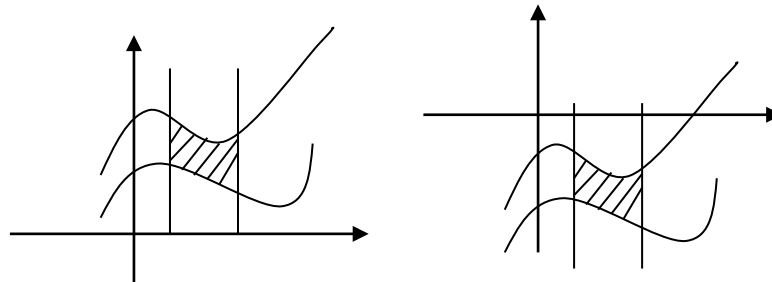
D. $V = \pi$.

Câu 58. Gọi (H) là hình phẳng được tạo bởi hai đường cong $(C_1): y = f(x)$, $(C_2): y = g(x)$, hai đường thẳng $x = a$, $x = b$, $a < b$. Giả sử rằng (C_1) và (C_2) không có điểm chung trên $[a, b]$ và thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay (H) quanh Ox là $V = \pi \int_a^b ([f(x)]^2 - [g(x)]^2) dx$. Khi đó

(1): $f(x) > g(x), \forall x \in [a, b]$

(2): $f(x) > g(x) \geq 0, \forall x \in [a, b]$

(3): $0 \leq f(x) < g(x), \forall x \in [a, b]$



Số nhận định đúng trong các nhận định trên là:

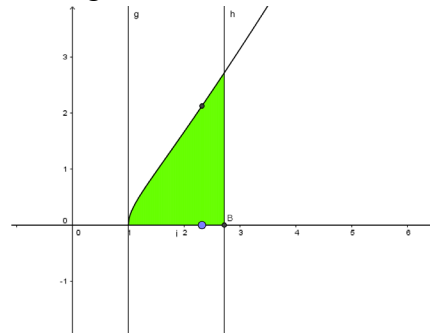
A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Câu 59. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x\sqrt{\ln x}$, $y = 0$, $x = e$ quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:



A. $\pi \cdot \frac{4e^3 + 1}{9}$

B. $\pi \cdot \frac{4e^3 - 1}{9}$

C. $\pi \cdot \frac{2e^3 + 1}{9}$

D. $\pi \cdot \frac{2e^3 - 1}{9}$

Câu 60. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 - 6x^2 + 9x$, $y = 0$ quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

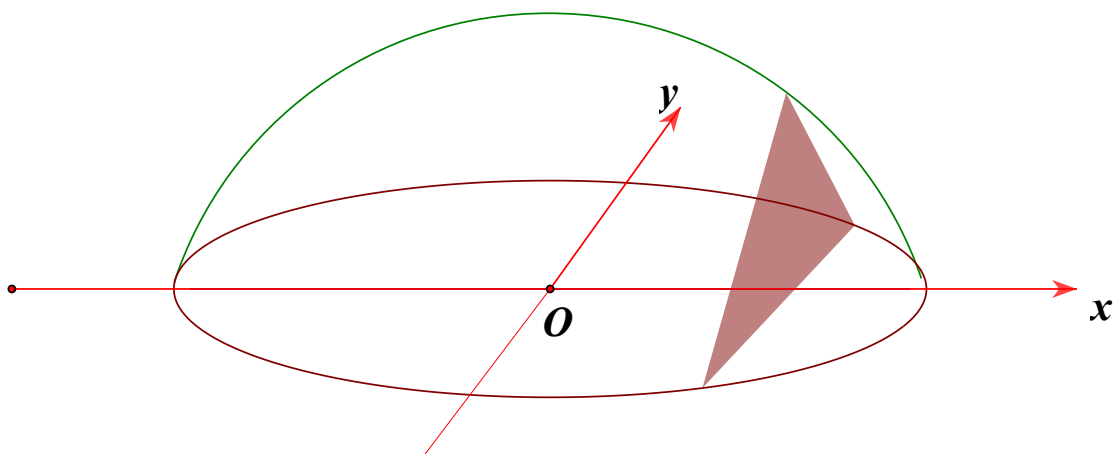
A. $\frac{729\pi}{35}$

B. $\frac{27\pi}{4}$

C. $\frac{256608\pi}{35}$

D. $\frac{7776\pi}{5}$

Câu 61. Một vật có kích thước và hình dáng như hình vẽ dưới đây. Đây là hình tròn giới hạn bởi đường tròn $x^2 + y^2 = 16$ (nằm trong mặt phẳng Oxy), cắt vật bởi các mặt phẳng vuông góc với trục Ox ta được thiết diện là tam giác đều. Thể tích của vật thể là:



- A. $V = \frac{256\sqrt{3}}{3}$. B. $V = \frac{256}{3}$. C. $V = \frac{32\sqrt{3}}{3}$. D. $V = \frac{32}{3}$.

Câu 62. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x^2$, $y^2 = 4x$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

- A. $V = \frac{88\pi}{5}$. B. $V = \frac{9\pi}{70}$. C. $V = \frac{4\pi}{3}$. D. $V = \frac{6\pi}{5}$.

BÀI TẬP TỔNG HỢP (Chỉ có phần đáp số)

Câu 63. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường cong $ax = y^2$; $ay = x^2$ ($a > 0$ cho trước) là:

- A. $S = \frac{a^3}{3}$ B. $S = \frac{a^3}{2}$ C. $S = \frac{2a^3}{3}$ D. $S = \frac{4a^3}{3}$

Câu 64. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của: $y = x^2 - 2x$, trục Ox và 2 đường thẳng $x = 0$, $x = 2$ là:

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. 0

Câu 65. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi Parabol $y = -x^2$ và đường thẳng $y = -x - 2$

- A. $\frac{11}{2}$ B. $\frac{5}{2}$ C. $\frac{9}{2}$ D. $\frac{1}{2} - \sqrt{2}$

Câu 66. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi ba đường: $y = \sin x$, $y = \cos x$ và $x = 0$

- A. $2 + \sqrt{2}$ B. $2\sqrt{2} + 1$ C. $\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{2} - 1$

Câu 67. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai parabol: $y = \frac{1}{4}x^2$ và $y = 3x - \frac{1}{2}x^2$ là:

- A. 7 B. 8 C. 9 D. 6.

Câu 68. Diện tích giới hạn bởi 2 đường cong: $(C_1): y = f_1(x) = x^2 + 1$; $(C_2): y = f_2(x) = x^2 - 2x$ và đường thẳng $x = -1$ và $x = 2$.

- A. 7 B. $\frac{11}{2}$ C. $\frac{13}{2}$ D. $-\frac{11}{2}$

Câu 69. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol: $y = x^2 - 2x + 2$ tiếp tuyến với parabol tại điểm $M(3; 5)$ và trục tung

- A. 7 B. 6 C. 5 D. 9

Câu 70. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi: $y = x(x - 1)(x - 2)$, $y = 0$

- A. 1. B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{3}$

Câu 71. Cho D là miền kín giới hạn bởi các đường $y = 1$, $y = 2 - x$ và $x = 0$. Tính diện tích của miền D

- A. 1 B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{8}$

Câu 72. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y = \cos x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$

- A. $\frac{3}{2}$ B. 1 C. 2 D. $\frac{1}{2}$

Câu 73. Tính thể tích vật thể giới hạn bởi mặt sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi: $y = 2x - x^2$; $y = 0$ quay quanh Ox.

- A. $\frac{14\pi}{15}$ B. $\frac{16\pi}{15}$ C. $\frac{17\pi}{15}$ D. $\frac{48\pi}{15}$

Câu 74. Thể tích vật thể tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường $y = x^2$; $8x = y^2$ quay quanh trục Oy là:

- A. $\frac{21\pi}{15}$ B. $\frac{23\pi}{15}$ C. $\frac{24\pi}{15}$ D. $\frac{48\pi}{5}$

Câu 75. Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi trục Ox và Parabol (C) $y = ax - x^2$ ($a > 0$) là:

- A. $\frac{\pi a^5}{30}$ B. $\frac{\pi a^5}{20}$ C. $\frac{\pi a^4}{5}$ D. $\frac{\pi a^5}{10}$

Câu 76. Thể tích khối tròn xoay tạo nên khi ta quay quanh trục Ox, hình phẳng S giới hạn bởi các đường: $y = x.e^x$, $x = 1$, $y = 0$ ($0 \leq x \leq 1$) là:

- A. $\frac{\pi(e^2 + 1)}{4}$ B. $\frac{\pi(e^2 - 1)}{4}$ C. $\frac{\pi(e^2 + 1)}{2}$ D. $\frac{\pi(e^2 - 1)}{12}$

C. ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

I – ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	A	B	A	A	A	C	D	C	D	B	A	D	B	B	C	C	D	B	C

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
C	A	A	A	B	D	D	D	C	B	B	C	A	B	C	D	B	D	C	A

41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
C	B	B	C	B	C	D	D	D	D	B	A	A	C	D	B	A	A	C	A

61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76				
A	D	A	B	A	D	B	C	B	D	C	D	C	A	D	B				

II – HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên $[a ; b]$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) là:

A. $S = \pi \int_a^b |f(x) - g(x)|.dx$.

B. $S = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$.

C. $S = \int_a^b (f(x) - g(x))^2 . dx .$

D. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)|.dx.$

Câu 2. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, liên tục trên $[a ; b]$ trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b (a < b)$ cho bởi công thức:

A. $S = \int_a^b |f(x)| dx.$

$$\text{B. } S = \int_a^b f(x) dx.$$

$$\text{C. } S = \pi \int_a^b |f(x)| dx.$$

$$\text{D. } S = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$$

Câu 3. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 + 11x - 6$, $y = 6x^2$, $x = 0$, $x = 2$. (Đơn vị diện tích)

A. $\frac{4}{3}$

B. $\frac{5}{2}$

C. $\frac{8}{3}$

D. $\frac{18}{23}$

Hướng dẫn giải:

Đặt $h(x) = (x^3 + 11x - 6) - 6x^2 = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$

$$h(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = 2 \vee x = 3 \text{ (loại).}$$

Bảng xét dầu

x	0	1	2
h(x)	-	0	+
			0

$$\begin{aligned} S &= -\int_0^1 (x^3 - 6x^2 + 11x - 6) dx + \int_1^2 (x^3 - 6x^2 + 11x - 6) dx \\ &= -\left(\frac{x^4}{4} - 2x^3 + \frac{11x^2}{2} - 6x\right)\bigg|_0^1 + \left(\frac{x^4}{4} - 2x^3 + \frac{11x^2}{2} - 6x\right)\bigg|_1^2 = \frac{5}{2}. \end{aligned}$$

Câu 4. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = x^3$, $y = 4x$ là:

A. 8

B. 9

C. 12

D. 13

Hướng dẫn giải:

Ta có $x^3 = 4x \Leftrightarrow x = -2 \vee x = 0 \vee x = 2$

$$\Rightarrow S = \left| \int_{-2}^0 (x^3 - 4x) dx \right| + \left| \int_0^2 (x^3 - 4x) dx \right| = \left| \left(\frac{x^4}{4} - 2x^2 \right) \Big|_{-2}^0 \right| + \left| \left(\frac{x^4}{4} - 2x^2 \right) \Big|_0^2 \right| = 8.$$

Vậy $S = 8$ (đvdt).

Chú ý: Nếu trong đoạn $[a; b]$ phương trình $f(x) = g(x)$ không còn nghiệm nào nữa thì ta có

$$\text{thể dùng công thức } \int_a^b |f(x) - g(x)| dx = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|.$$

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và nhận giá trị không âm trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị của $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b f(x) dx.$ B. $S = -\int_a^b f(x) dx.$ C. $S = -\int_a^b f^2(x) dx.$ D. $S = \int_a^b f^2(x) dx.$

Hướng dẫn giải

Theo công thức (**SGK cơ bản**) ta có $S = \int_a^b f(x) dx.$

Câu 6. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b |f(x)| dx.$ B. $S = \int_a^b f(x) dx.$ C. $S = \int_a^b |f(x)|^2 dx.$ D. $S = \pi \int_a^b f(x) dx.$

Hướng dẫn giải

Theo công thức (**SGK cơ bản**) ta có $S = \int_a^b |f(x)| dx.$

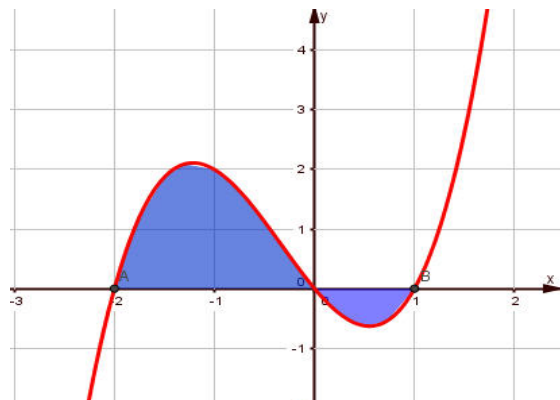
Câu 7. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)|^2 dx.$ B. $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx.$
C. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$ D. $S = \pi \int_a^b |f(x) - g(x)|^2 dx.$

Hướng dẫn giải

Theo công thức (**SGK cơ bản**) ta có $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$

Câu 8. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$. Diện tích hình phẳng (phần tô đậm trong hình) là



A. $S = \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx$ B. $S = \int_{-2}^1 f(x) dx$

$$C. S = \int_0^{-2} f(x)dx + \int_0^1 f(x)dx$$

$$D. S = \int_{-2}^0 f(x)dx - \int_0^1 f(x)dx$$

Hướng dẫn giải

$$\text{Theo định nghĩa ta có } S = \int_{-2}^0 f(x)dx - \int_0^1 f(x)dx$$

Câu 9. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 3$ là

A. 19

B. 18

C. 20

D. 21

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } x^3 \geq 0 \text{ trên đoạn } [1; 3] \text{ nên } S = \int_1^3 |x^3| dx = \int_1^3 x^3 dx = \frac{x^4}{4} \Big|_1^3 = 20$$

Câu 10. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 4$ là

A. 4

B. $\frac{14}{5}$

C. $\frac{13}{3}$

D. $\frac{14}{3}$

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } \sqrt{x} \geq 0 \text{ trên đoạn } [1; 4] \text{ nên } S = \int_1^4 |\sqrt{x}| dx = \int_1^4 \sqrt{x} dx = \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \Big|_1^4 = \frac{14}{3}$$

Câu 11. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt[3]{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 8$ là

A. $\frac{45}{2}$

B. $\frac{45}{4}$

C. $\frac{45}{7}$

D. $\frac{45}{8}$

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } \sqrt[3]{x} \geq 0 \text{ trên đoạn } [1; 8] \text{ nên } S = \int_1^8 |\sqrt[3]{x}| dx = \int_1^8 \sqrt[3]{x} dx = \frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}} \Big|_1^8 = \frac{45}{4}$$

Câu 12. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sin x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = \pi$, $x = \frac{3\pi}{2}$ là

A. 1

B. $\frac{1}{2}$

C. 2

D. $\frac{3}{2}$

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } \sin x \leq 0 \text{ trên đoạn } \left[\pi; \frac{3\pi}{2} \right] \text{ nên } S = \int_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}} |\sin x| dx = - \int_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}} \sin x dx = \cos x \Big|_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}} = 1$$

Câu 13. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \tan x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = \frac{\pi}{6}$, $x = \frac{\pi}{4}$ là

A. $\ln \frac{\sqrt{3}}{3}$

B. $\ln \frac{\sqrt{6}}{3}$

C. $-\ln \frac{\sqrt{3}}{3}$

D. $-\ln \frac{\sqrt{6}}{3}$

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } \tan x \geq 0 \text{ trên đoạn } \left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{4} \right] \text{ nên } S = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} |\tan x| dx = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \tan x dx = -\ln(\cos x) \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} = -\ln \frac{\sqrt{6}}{3}$$

Câu 14. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^{2x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 3$ là

- A. $\frac{e^6}{2} + \frac{1}{2}$ B. $\frac{e^6}{2} - \frac{1}{2}$ C. $\frac{e^6}{3} + \frac{1}{3}$ D. $\frac{e^6}{3} - \frac{1}{3}$

Hướng dẫn giải

Ta có $e^{2x} \geq 0$ trên đoạn $[0; 3]$ nên $S = \int_0^3 |e^{2x}| dx = \int_0^3 e^{2x} dx = \frac{1}{2} e^{2x} \Big|_0^3 = \frac{e^6}{2} - \frac{1}{2}$

[DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG]

VẬN DỤNG THẤP

Câu 15. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 4$ là

- A. $\frac{53}{4}$ B. $\frac{51}{4}$ C. $\frac{49}{4}$ D. $\frac{25}{2}$

Hướng dẫn giải

Ta có $x^3 - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 3 \in [1; 4]$

Khi đó diện tích hình phẳng là

$$S = \int_1^4 |x^3 - 3x^2| dx = \left| \int_1^3 (x^3 - 3x^2) dx \right| + \left| \int_3^4 (x^3 - 3x^2) dx \right| = \left| \left(\frac{x^4}{4} - x^3 \right) \Big|_1^3 \right| + \left| \left(\frac{x^4}{4} - x^3 \right) \Big|_3^4 \right| = 6 + \frac{27}{4} = \frac{51}{4}$$

Câu 16. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 4$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 3$ là

- A. $\frac{142}{5}$ B. $\frac{143}{5}$ C. $\frac{144}{5}$ D. $\frac{141}{5}$

Hướng dẫn giải

Ta có $x^4 - 3x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \in [0; 3]$

Khi đó diện tích hình phẳng là

$$S = \int_0^3 |x^4 - 3x^2 - 4| dx = \left| \int_0^2 (x^4 - 3x^2 - 4) dx \right| + \left| \int_2^3 (x^4 - 3x^2 - 4) dx \right|$$

$$= \left| \left(\frac{x^5}{5} - x^3 - 4x \right) \Big|_0^2 \right| + \left| \left(\frac{x^5}{5} - x^3 - 4x \right) \Big|_2^3 \right| = \frac{48}{5} + \frac{96}{5} = \frac{144}{5}$$

Câu 17. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x+2}$, trục hoành và đường thẳng $x = 2$ là

- A. $3 + 2 \ln 2$ B. $3 - \ln 2$ C. $3 - 2 \ln 2$ D. $3 + \ln 2$

Hướng dẫn giải

Ta có $x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$ nên $S = \int_{-1}^2 \left| \frac{x+1}{x+2} \right| dx = \left| \int_{-1}^2 \left(1 - \frac{1}{x+2} \right) dx \right| = \left| (x - \ln|x+2|) \Big|_{-1}^2 \right| = 3 - 2 \ln 2$

Câu 18. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi parabol $y = 2 - x^2$ và đường thẳng $y = -x$ là

- A. $\frac{7}{2}$ B. $\frac{9}{4}$ C. 3 D. $\frac{9}{2}$

Hướng dẫn giải

Ta có $2 - x^2 = -x \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$ và $2 - x^2 \geq -x, \forall x \in [-1; 2]$

$$\text{Nên } S = \int_{-1}^2 (2+x-x^2)dx = \left(2x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3}\right) \Big|_{-1}^2 = \frac{9}{2}$$

Câu 19. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \cos 2x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = \frac{\pi}{2}$ là

- A. 2 B. 1 C. 3 D. 4

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } \cos 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$$

$$\text{Nên } S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} |\cos 2x| dx = \left| \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx \right| + \left| \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cos 2x dx \right| = \left| \left(\frac{1}{2} \sin 2x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} \right| + \left| \left(\frac{1}{2} \sin 2x \right) \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \right| = 1$$

Câu 20. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 4$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 3$ là

- A. $\frac{71}{5}$ B. $\frac{73}{5}$ C. $\frac{72}{5}$ D. 14

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } x^4 - 3x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \in [0; 3]$$

Khi đó diện tích hình phẳng là

$$\begin{aligned} S &= \int_0^3 |x^4 - 3x^2 - 4| dx = \left| \int_0^2 (x^4 - 3x^2 - 4) dx \right| + \left| \int_2^3 (x^4 - 3x^2 - 4) dx \right| \\ &= \left| \left(\frac{x^5}{5} - x^3 - 4x \right) \Big|_0^2 \right| + \left| \left(\frac{x^5}{5} - x^3 - 4x \right) \Big|_2^3 \right| = \frac{48}{5} + \frac{96}{5} = \frac{144}{5} \end{aligned}$$

Câu 21. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x+2}$, trục hoành và đường thẳng $x = 2$ là

- A. $3 + 2 \ln 2$ B. $3 - \ln 2$ C. $3 - 2 \ln 2$ D. $3 + \ln 2$

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } x+1=0 \Leftrightarrow x=-1 \text{ nên}$$

$$S = \int_{-1}^2 \left| \frac{x+1}{x+2} \right| dx = \left| \int_{-1}^2 \left(1 - \frac{1}{x+2} \right) dx \right| = \left| \left(x - \ln |x+2| \right) \Big|_{-1}^2 \right| = 3 - 2 \ln 2$$

Câu 22. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi parabol $y = 2 - x^2$ và đường thẳng $y = -x$ là

- A. $\frac{9}{2}$ B. $\frac{9}{4}$ C. 3 D. $\frac{7}{2}$

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } 2 - x^2 = -x \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases} \text{ và } 2 - x^2 \geq -x, \forall x \in [-1; 2]$$

$$\text{Nên } S = \int_{-1}^2 (2+x-x^2)dx = \left(2x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3}\right) \Big|_{-1}^2 = \frac{9}{2}$$

Câu 23. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \cos 2x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = \frac{\pi}{2}$ là

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Hướng dẫn giải

Ta có $\cos 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} \in [0; \frac{\pi}{2}]$

Nên

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} |\cos 2x| dx = \left| \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx \right| + \left| \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cos 2x dx \right| = \left| \left(\frac{1}{2} \sin 2x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} \right| + \left| \left(\frac{1}{2} \sin 2x \right) \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \right| = 1$$

Câu 24. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$ và $y = \sqrt[3]{x}$ là

A. $\frac{1}{12}$ B. $\frac{1}{13}$ C. $\frac{1}{14}$ D. $\frac{1}{15}$ **Hướng dẫn giải**

Ta có $\sqrt{x} = \sqrt[3]{x} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$

$$\text{Nên } S = \int_0^1 |\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}| dx = \left| \int_0^1 (\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}) dx \right| = \left| \left(\frac{2}{3} \sqrt{x^3} - \frac{3}{4} \sqrt[3]{x^4} \right) \Big|_0^1 \right| = \frac{1}{12}$$

Câu 25. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$ và $y = x^3 - 4x^2 + 2x + 1$ là

A. $\frac{37}{13}$ B. $\frac{37}{12}$

C. 3

D. 4

Hướng dẫn giải

Ta có $2x^3 - 3x^2 + 1 = x^3 - 4x^2 + 2x + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$

$$\begin{aligned} \text{Nên } S &= \int_{-2}^0 |x^3 + x^2 - 2x| dx = \left| \int_{-2}^0 (x^3 + x^2 - 2x) dx \right| + \left| \int_0^1 (x^3 + x^2 - 2x) dx \right| \\ &= \left| \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_{-2}^0 \right| + \left| \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_0^1 \right| = \frac{37}{12} \end{aligned}$$

Câu 26. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^2 + 4$, đường thẳng $x = 3$, trục tung và trục hoành là

A. $\frac{22}{3}$ B. $\frac{32}{3}$ C. $\frac{25}{3}$ D. $\frac{23}{3}$ **Hướng dẫn giải**

Xét pt $-x^2 + 4 = 0$ trên đoạn $[0; 3]$ có nghiệm $x = 2$

$$\text{Suy ra } S = \int_0^2 |-x^2 + 4| dx + \int_2^3 |-x^2 + 4| dx = \frac{23}{3}$$

Câu 27. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = x^3 - 4x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -3$, $x = 4$ là

A. $\frac{202}{3}$ B. $\frac{203}{4}$ C. $\frac{201}{5}$ D. $\frac{201}{4}$ **Hướng dẫn giải**

Xét pt $x^3 - 4x = 0$ trên đoạn $[-3; 4]$ có nghiệm $x = -2$; $x = 0$; $x = 2$

$$\text{Suy ra } S = \int_{-3}^{-2} |x^3 - 4x| dx + \int_{-2}^0 |x^3 - 4x| dx + \int_0^2 |x^3 - 4x| dx + \int_2^4 |x^3 - 4x| dx = \frac{201}{4}$$

Câu 28. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = x \ln x$, trục hoành và đường thẳng $x = e$ là

- A. $\frac{e^2 - 1}{2}$ B. $\frac{e^2 + 1}{2}$ C. $\frac{e^2 - 1}{4}$ **D. $\frac{e^2 + 1}{4}$**

Hướng dẫn giải

Xét pt $x \ln x = 0$ trên nửa khoảng $(0; e]$ có nghiệm $x = 1$

$$\text{Suy ra } S = \int_1^e x \ln x dx = \frac{e^2 + 1}{4}$$

Câu 29. Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = x^2 + x - 2$, $y = x + 2$ và hai đường thẳng $x = -2$; $x = 3$. Diện tích của (H) bằng

- A. $\frac{87}{5}$ B. $\frac{87}{4}$ **C. $\frac{87}{3}$** D. $\frac{87}{5}$

Hướng dẫn giải

Xét phương trình $(x^2 + x - 2) - (x + 2) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$

$$\text{Suy ra } S = \int_{-2}^2 |x^2 - 4| dx + \int_2^3 |x^2 - 4| dx = \frac{87}{3}$$

Câu 30. Gọi (H) là hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = (1 + e^x)x$, $y = (1 + e)x$. Diện tích của (H) bằng

- A. $\frac{e-1}{2}$ **B. $\frac{e-2}{2}$** C. $\frac{e-2}{2}$ D. $\frac{e+1}{2}$

Hướng dẫn giải

Xét pt $(1 + e^x)x - (1 + e)x = 0$ có nghiệm $x = 0$, $x = 1$

$$\text{Suy ra } S = \int_0^1 |x(e - e^x)| dx = \int_0^1 x(e - e^x) dx = \frac{e-2}{2}$$

VẬN DỤNG CẤP ĐỘ CAO

Câu 31. Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = |x^2 - 1|$, $y = |x| + 5$. Diện tích của (H) bằng

- A. $\frac{71}{3}$ **B. $\frac{73}{3}$** C. $\frac{70}{3}$ D. $\frac{74}{3}$

Hướng dẫn giải

Xét pt $|x^2 - 1| = |x| + 5$ có nghiệm $x = -3$, $x = 3$

$$\text{Suy ra } S = \int_{-3}^3 (|x^2 - 1| - (|x| + 5)) dx = 2 \int_0^3 |x^2 - 1| - (x + 5) dx$$

Bảng xét dấu $x^2 - 1$ trên đoạn $[0; 3]$

x	0	1	3
$x^2 - 1$	-	0	+

$$\text{Vậy } S = 2 \left| \int_0^1 (-x^2 - x - 4) dx + \int_1^3 (x^2 - x - 6) dx \right| = \frac{73}{3}$$

Câu 32. Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = |x^2 - 4x + 3|$, $y = x + 3$. Diện tích của (H) bằng

A. $\frac{108}{5}$

B. $\frac{109}{5}$

C. $\frac{109}{6}$

D. $\frac{119}{6}$

Hướng dẫn giải

Xét pt $|x^2 - 4x + 3| = x + 3$ có nghiệm $x = 0, x = 5$

$$\text{Suy ra } S = \int_0^1 (-x^2 + 5x) dx + \int_1^3 (x^2 - 3x + 6) dx + \int_3^5 (-x^2 + 5x) dx = \frac{109}{6}$$

Câu 33. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P): $y = x^2 + 3$, tiếp tuyến của (P) tại điểm có hoành độ $x = 2$ và trục tung bằng

A. $\frac{8}{3}$

B. $\frac{4}{3}$

C. 2

D. $\frac{7}{3}$

Hướng dẫn giải

PTTT của (P) tại $x = 2$ là $y = 4x + 3$

$$\text{Xét pt } (x^2 + 3) - (4x + 3) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } S = \int_0^2 |(x^2 - 4x + 4)| dx = \left| \int_0^2 (x^2 - 4x + 4) dx \right| = \left| \left(\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 4x \right) \right|_0^2 = \frac{8}{3}$$

Câu 34. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y^2 - 2y + x = 0, x + y = 0$ là

A. $\frac{9}{4}$

B. $\frac{9}{2}$

C. $\frac{7}{2}$

D. $\frac{11}{2}$

Hướng dẫn giải

Biến đổi về hàm số theo biến số y là $x = -y^2 + 2y, x = -y$

Xét pt tung độ giao điểm $(-y^2 + 2y) - (-y) = 0$ có nghiệm $y = 0, y = 3$

$$\text{Vậy } S = \int_0^3 |-y^2 + 3y| dy = \int_0^3 (-y^2 + 3y) dy = \frac{9}{2}$$

Câu 35. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x^2; y = \frac{1}{27}x^2; y = \frac{27}{x}$ bằng

A. $27 \ln 2$

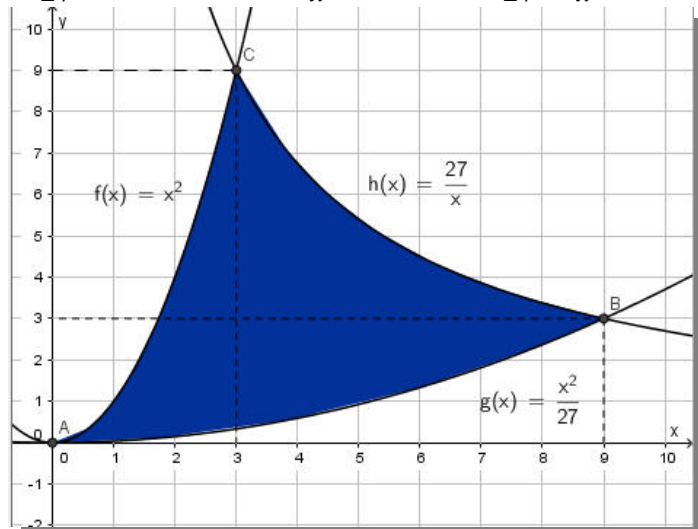
B. $27 \ln 3$

C. $28 \ln 3$

D. $29 \ln 3$

Hướng dẫn giải

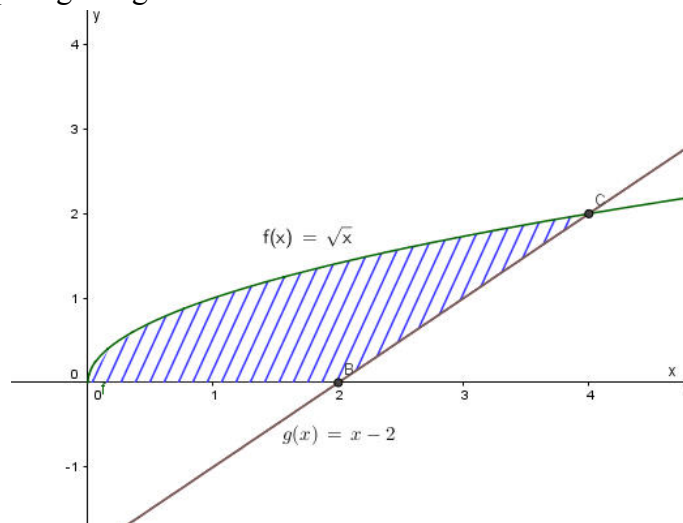
$$\text{Xét các pthđđ } x^2 - \frac{x^2}{27} = 0 \Rightarrow x = 0; x^2 - \frac{27}{x} = 0 \Rightarrow x = 3; \frac{x^2}{27} - \frac{27}{x} = 0 \Rightarrow x = 9$$



Suy ra

$$S = \int_0^3 \left(x^2 - \frac{x^2}{27} \right) dx + \int_3^9 \left(\frac{27}{x} - \frac{x^2}{27} \right) dx = 27 \ln 3$$

Câu 36. Diện tích hình phẳng trong hình vẽ sau là



A. $\frac{8}{3}$

B. $\frac{11}{3}$

C. $\frac{7}{3}$

D. $\frac{10}{3}$

Hướng dẫn giải

Ta có $y^2 = y + 2 \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ y = 2 \end{cases}$, Nên $S = \int_0^2 (y + 2 - y^2) dy = \frac{10}{3}$

Câu 37. Diện tích hình phẳng nằm trong góc phần tư thứ nhất, giới hạn bởi các đường thẳng $y = 8x, y = x$ và đồ thị hàm số $y = x^3$ là $\frac{a}{b}$. Khi đó $a + b$ bằng

A. 68

B. 67

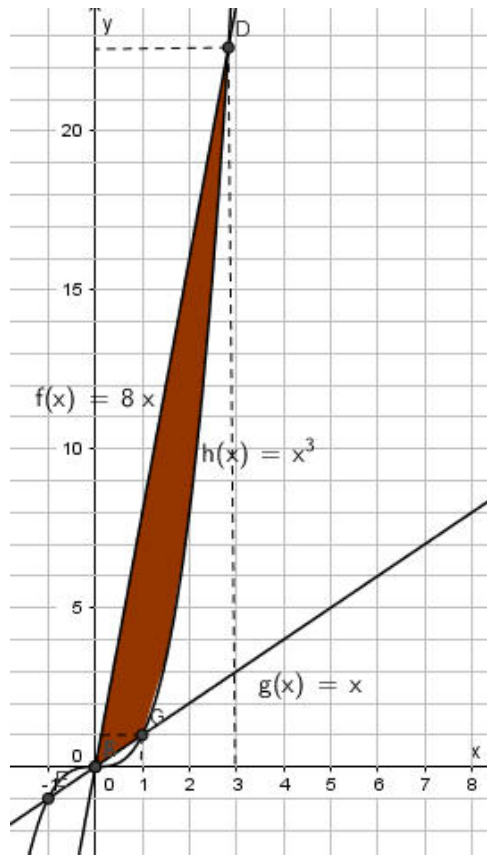
C. 66

D. 65

Hướng dẫn giải

Ta có

$$8x - x = 0 \Rightarrow x = 0; 8x - x^3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2\sqrt{2} \end{cases}; x - x^3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$



Nên $S = \int_0^1 (8x - x) dx + \int_1^{2\sqrt{2}} (8x - x^3) dx = \frac{63}{4}$

Câu 38. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng $y = 1, y = x$ và đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{4}$ trong miền $x \geq 0, y \leq 1$ là $\frac{a}{b}$. Khi đó $b - a$ bằng

A. 4

B. 2

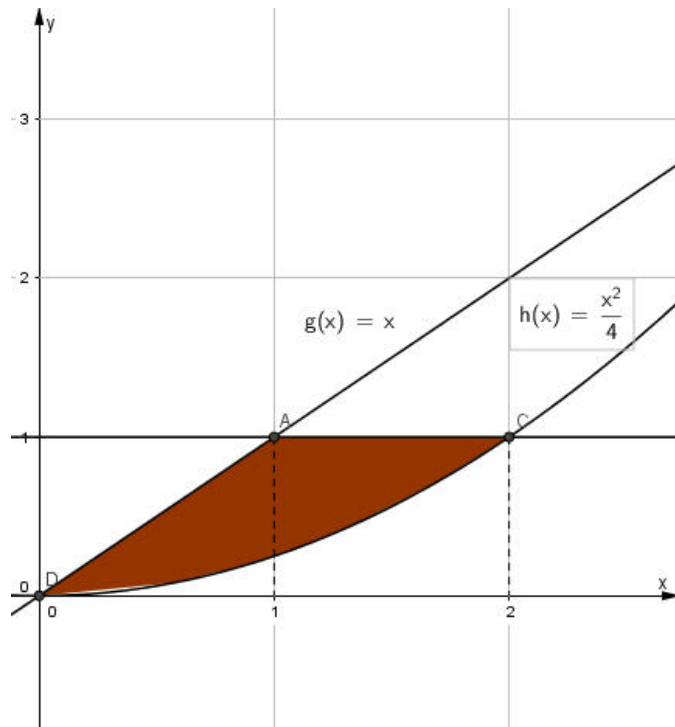
C. 3

D. 1

Hướng dẫn giải

Ta có

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1; x - \frac{x^2}{4} = 0 \Rightarrow x = 0; 1 - \frac{x^2}{4} = 0 \Rightarrow x = 2$$



$$\text{Nên } S = \int_0^1 \left(x - \frac{x^2}{4} \right) dx + \int_1^2 \left(1 - \frac{x^2}{4} \right) dx = \frac{5}{6}$$

Câu 39. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng $y = \begin{cases} -x, & \text{nếu } x \leq 1 \\ x-2, & \text{nếu } x > 1 \end{cases}$ và $y = \frac{10}{3}x - x^2$ là

$\frac{a}{b}$. Khi đó $a+2b$ bằng

A. 16

B. 15

C. 17

D. 18

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Ta có

$$\frac{10}{3}x - x^2 = -x \Rightarrow x = 0$$

$$\frac{10}{3}x - x^2 = x - 2 \Rightarrow x = 3$$

$$\text{Nên } S = \int_0^1 \left(\frac{10}{3}x - x^2 + x \right) dx + \int_1^3 \left(\frac{10}{3}x - x^2 - x + 2 \right) dx = \frac{13}{2}$$

Câu 40. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $(C): y = \frac{-x^2 + 4x - 4}{x-1}$, tiệm cận xiêm của (C) và hai đường thẳng $x = 0, x = a$ ($a < 0$) có diện tích bằng 5. Khi đó a bằng

A. $1 - e^5$

B. $1 + e^5$

C. $1 + 2e^5$

D. $1 - 2e^5$

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Ta có

$$TCX: y = -x + 3$$

$$\text{Nên } S(a) = \int_a^0 \left(-\frac{1}{x-1} \right) dx = \int_0^a \left(\frac{1}{x-1} \right) dx = \ln|x-1| \Big|_0^a = \ln(1-a)$$

$$\text{Suy ra } \ln(1-a) = 5 \Leftrightarrow a = 1 - e^5$$

II-Câu hỏi tính thể tích vật tròn xoay giới hạn bởi các đường:

Những điểm cần lưu ý:

. **Tính thể tích khối tròn xoay:**

Trường hợp 1. Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = a$

và $x = b$ ($a < b$) **quay quanh trục Ox** là $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Trường hợp 2. Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = g(x)$,

$x = a$ và $x = b$ ($a < b$) **quay quanh trục Ox** là $V = \pi \int_a^b |f^2(x) - g^2(x)| dx$.

NHẬN BIẾT – THÔNG HIỂU

Câu 41. Thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường

$y = \frac{4}{x}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 4$ quanh trục ox là:

A. 6π

B. 6π

C. 12π

D. 6π

Hướng dẫn giải

Theo công thức ta có thể tích của khối tròn xoay cần tính là: $V = \int_1^4 \pi \cdot \left(\frac{4}{x}\right)^2 dx = 12\pi$.

Câu 42. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \cos 4x$, Ox, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{8}$ quay xung quanh trục

Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

A. $\frac{\pi^2}{2}$

B. $\frac{\pi^2}{16}$

C. $\frac{\pi}{4}$

D. $\left(\frac{\pi+1}{16}\right) \cdot \pi$

Hướng dẫn giải

Theo công thức ta có thể tích của khối tròn xoay cần tính là: $V = \int_0^{\frac{\pi}{8}} \pi \cdot \cos^2 4x dx = \frac{\pi^2}{16}$.

Câu 43. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, Ox, $x = a$, $x = b$ quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

A. $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx$.

B. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

C. $V = \int_a^b \pi^2 \cdot f^2(x) dx$.

D. $V = \int_a^b f^2(x) dx$.

Hướng dẫn giải

Theo công thức ta có thể tích của khối tròn xoay cần tính là: $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Câu 44. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x-1}$; trục Ox và đường thẳng $x = 3$ quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

A. $\frac{3}{2}\pi$

B. 3π

C. 2π

D. π

Giao điểm của hai đường $y = \sqrt{x-1}$ và $y = 0$ là $A(1;0)$. Vậy thể tích của khối tròn xoay cần

tính là: $V = \pi \int_1^3 (x-1) dx = 2\pi$.

Câu 45. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 + 1$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$ quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

A. $\frac{79\pi}{63}$

B. $\frac{23\pi}{14}$

C. $\frac{5\pi}{4}$

D. 9π

Hướng dẫn giải

Theo công thức ta có thể tích của khối tròn xoay cần tính là: $V = \pi \int_0^1 (x^3 + 1)^2 dx = \frac{23\pi}{14}$.

Câu 46. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y^2 = x$, $x = a$, $x = b$ ($0 < a < b$) quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

A. $V = \pi^2 \int_a^b x dx$.

B. $V = \pi \int_a^b \sqrt{x} dx$.

C. $V = \pi \int_a^b x dx$.

D. $V = \pi^2 \int_a^b \sqrt{x} dx$.

Hướng dẫn giải

Với $x \in [a; b]$ thì $y^2 = x \Leftrightarrow y = \sqrt{x}$.

Theo công thức ta có thể tích của khối tròn xoay cần tính là: $V = \pi \int_a^b x dx$.

Câu 47. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = -x^2 + 2x$, $y = 0$ quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

A. $\frac{496\pi}{15}$

B. $\frac{4\pi}{3}$

C. $\frac{64\pi}{15}$

D. $\frac{16\pi}{15}$

Hướng dẫn giải

Giao điểm của hai đường $y^2 = -x^2 + 2x$ và $y = 0$ là $O(0;0)$ và $A(2;0)$. Theo công thức ta có

thể tích của khối tròn xoay cần tính là: $V = \pi \int_0^2 (-x^2 + 2x)^2 dx = \frac{16\pi}{15}$.

Câu 48. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{1-x^2}$, $y = 0$ quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

A. $\frac{3\pi}{2}$

B. $\frac{2\pi}{3}$

C. $\frac{\pi}{2}$

D. $\frac{4}{3}\pi$

Hướng dẫn giải

Giao điểm của hai đường $y = \sqrt{1-x^2}$ và $y = 0$ là $B(-1;0)$ và $A(1;0)$. Theo công thức ta có thể

tích của khối tròn xoay cần tính là: $V = \pi \int_{-1}^1 (1-x^2) dx = \frac{4\pi}{3}$.

Câu 49. Thể tích khối tròn xoay trong không gian Oxyz giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 0$; $x = \pi$ và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng vuông góc với Ox tại điểm $(x;0;0)$ bất kỳ là đường tròn bán kính $\sqrt{\sin x}$ là:

A. $V = 2$.

B. $V = \pi$.

C. $V = 4\pi$.

D. $V = 2\pi$.

Hướng dẫn giải

Khối tròn xoay trong đề bài có được bằng cách quay hình phẳng tạo bởi các đường $x = 0$; $x = \pi$; $y = \sqrt{\sin x}$; Ox quay trục Ox.

Theo công thức ta có thể tích của khối tròn xoay cần tính là: $V = \pi \int_0^\pi \sin x dx = 2\pi$.

Câu 50. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \tan x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{3}$ quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

A. $V = \pi \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right)$

B. $V = \pi \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right)$

C. $V = \pi \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right)$

D. $V = \pi \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right)$

Hướng dẫn giải

Theo công thức ta có thể tích của khối tròn xoay cần tính là: $V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan^2 x dx = \pi \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right)$.

Câu 51. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 1 + \sqrt{x}$, Ox , $x = 0$, $x = 4$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

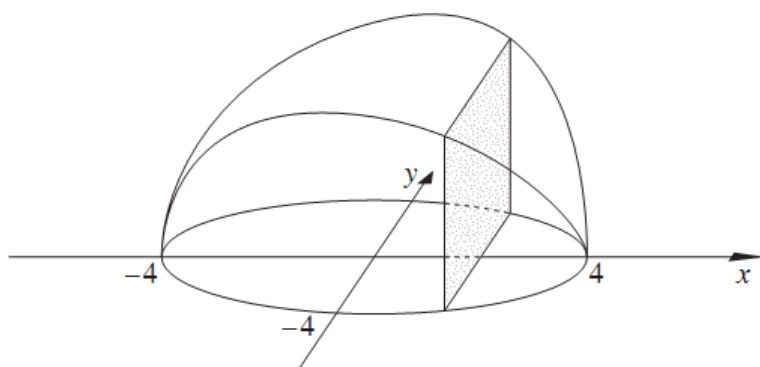
- A. $\pi^2 \frac{28}{3}$ B. $\pi \cdot \frac{68}{3}$ C. $\pi \frac{28}{3}$ D. $\pi^2 \cdot \frac{68}{3}$

Hướng dẫn giải

Theo công thức ta có thể tích của khối tròn xoay cần tính là: $V = \int_0^4 \pi \cdot (1 + \sqrt{x})^2 dx = \frac{68\pi}{3}$.

VẬN DỤNG

Câu 52. Một vật có kích thước và hình dáng như hình vẽ dưới đây. Đây là hình tròn giới hạn bởi đường tròn $x^2 + y^2 = 16$ (nằm trong mặt phẳng Oxy), cắt vật bởi các mặt phẳng vuông góc với trục Ox ta được thiết diện là hình vuông. Thể tích của vật thể là:



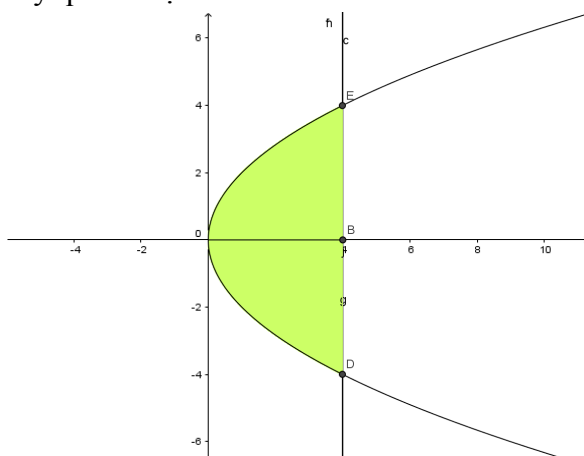
- A. $\int_{-4}^4 4(16 - x^2) dx$ B. $\int_{-4}^4 4x^2 dx$ C. $\int_{-4}^4 4\pi x^2 dx$ D. $\int_{-4}^4 4\pi(16 - x^2) dx$

Hướng dẫn giải

Thiết diện cắt trục Ox tại điểm H có hoành độ bằng x thì cạnh của thiết diện bằng $2\sqrt{16 - x^2}$.

Vậy thể tích của vật thể bằng $V = \int_{-4}^4 S(x) dx = \int_{-4}^4 4(16 - x^2) dx$.

Câu 53. Cho hình phẳng D giới hạn bởi các đường $y^2 = 4x$ và đường thẳng $x = 4$. Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi D xoay quanh trục Ox là:



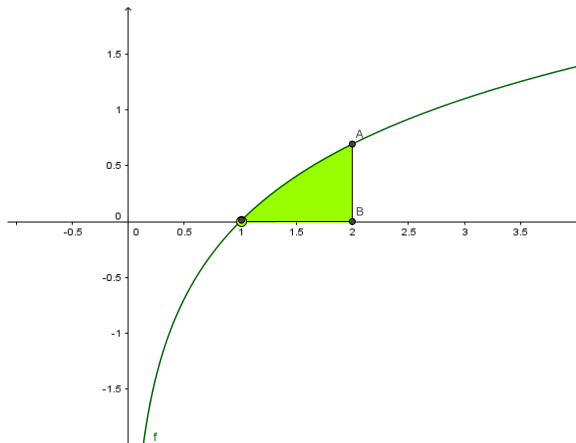
- A. 32π B. 64π C. 16π D. 4π

Hướng dẫn giải

Giao điểm của hai đường $y^2 = 4x$ và $x = 4$ là $D(4; -4)$ và $E(4; 4)$. Phần phía trên Ox của đường $y^2 = 4x$ có phương trình $y = 2\sqrt{x}$. Từ hình vẽ suy ra thể tích của khối tròn xoay cần tính là:

$$V = \int_0^4 \pi \cdot (2\sqrt{x})^2 dx = 32\pi.$$

Câu 54. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \ln x$, $y = 0$, $x = 2$ quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:



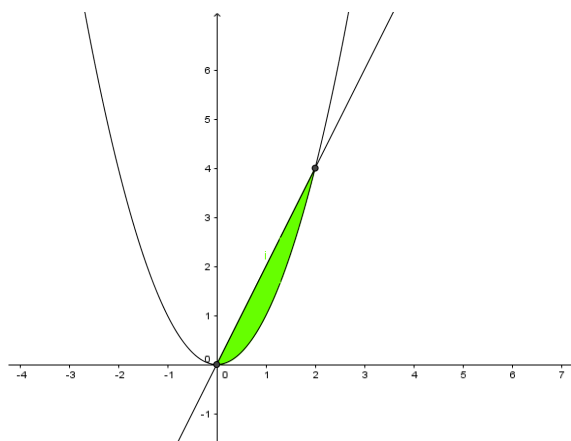
- A. $2\ln^2 2 - 4\ln 2 + 2$ B. $\pi(2\ln^2 2 + 4\ln 2 - 2)$
C. $\pi(2\ln^2 2 - 4\ln 2 + 2)$ D. $\pi(2\ln 2 - 1)$

Hướng dẫn giải

Tọa độ giao điểm của hai đường $y = \ln x$ và $y = 0$ là điểm $C(1; 0)$. Vậy thể tích của khối tròn xoay cần tính là: $V = \int_1^2 \pi \cdot \ln^2 x dx = \pi(2\ln^2 2 - 4\ln 2 + 2)$.

Câu 55. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = ax^2$, $y = bx$ ($a, b \neq 0$) quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

- A. $V = \pi \cdot \frac{b^3}{a^3} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right)$ B. $V = \pi \cdot \frac{b^5}{5a^3}$ C. $V = \pi \cdot \frac{b^5}{3a^3}$ **D. $V = \pi \cdot \frac{b^5}{a^3} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right)$**

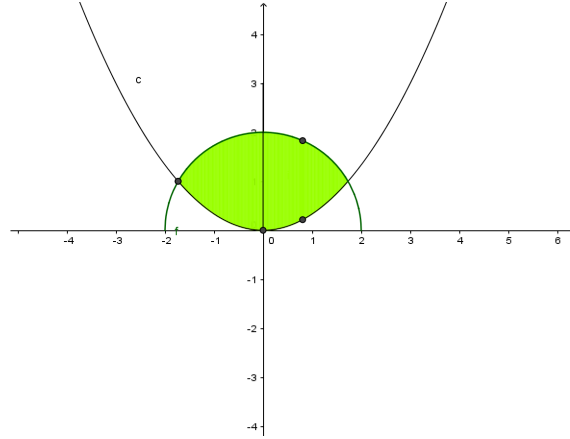


Hướng dẫn giải

Tọa độ giao điểm của hai đường $y = ax^2$ và $y = bx$ là các điểm $O(0; 0)$ và $A(\frac{b}{a}; \frac{b^2}{a})$. Vậy thể

tích của khối tròn xoay cần tính là: $V = \int_0^{\frac{b}{a}} \pi \cdot b^2 x^2 dx - \int_0^{\frac{b}{a}} \pi \cdot a^2 x^4 dx = \pi \cdot \frac{b^5}{a^3} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right).$

Câu 56. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{4-x^2}$, $y = \frac{1}{3}x^2$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:



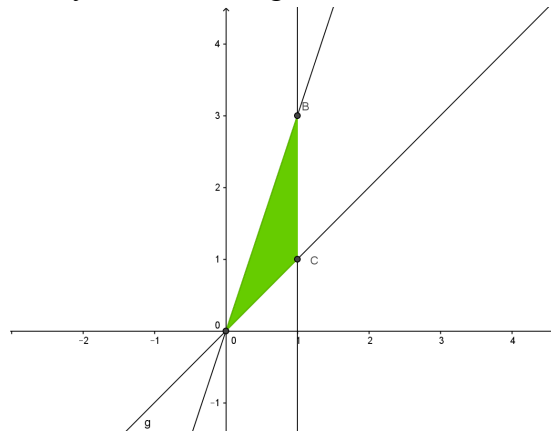
- A. $V = \frac{24\pi\sqrt{3}}{5}$ B. $V = \frac{28\pi\sqrt{3}}{5}$ C. $V = \frac{28\pi\sqrt{2}}{5}$ D. $V = \frac{24\pi\sqrt{2}}{5}$

Hướng dẫn giải

Tọa độ giao điểm của hai đường $y = \sqrt{4-x^2}$ và $y = \frac{1}{3}x^2$ là các điểm $A(-\sqrt{3};1)$ và $B(\sqrt{3};1)$.

Vậy thể tích của khối tròn xoay cần tính là: $V = \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \pi \cdot (4-x^2) dx - \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \pi \cdot \frac{1}{9} x^4 dx = \pi \cdot \frac{28\sqrt{3}}{5}$.

Câu 57. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3x$, $y = x$, $x = 0$, $x = 1$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:



- A. $V = \frac{8\pi}{3}$ B. $V = \frac{4\pi}{3}$ C. $V = \frac{2\pi}{3}$ D. $V = \pi$

Hướng dẫn giải

Tọa độ giao điểm của đường $x = 1$ với $y = x$ và $y = 3x$ là các điểm $C(1;1)$ và $B(1;3)$. Tọa độ giao điểm của đường $y = 3x$ với $y = x$ là $O(0;0)$. Vậy thể tích của khối tròn xoay cần tính là:

$$V = \int_0^1 \pi \cdot 9x^2 dx - \int_0^1 \pi \cdot x^2 dx = \pi \cdot \frac{8}{3}.$$

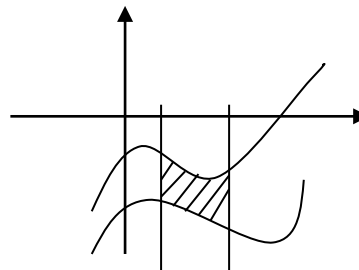
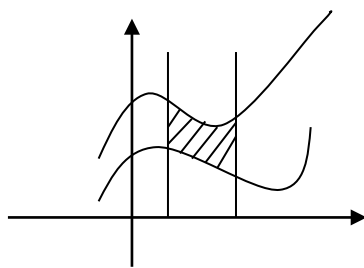
Câu 58. Gọi (H) là hình phẳng được tạo bởi hai đường cong $(C_1): y = f(x)$, $(C_2): y = g(x)$, hai đường thẳng $x = a$, $x = b$, $a < b$. Giả sử rằng (C_1) và (C_2) không có điểm chung trên $[a, b]$ và thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay (H) quanh Ox là

$$V = \pi \int_a^b \left([f(x)]^2 - [g(x)]^2 \right) dx. \text{ Khi đó}$$

$$(1): f(x) > g(x), \forall x \in [a, b]$$

(2): $f(x) > g(x) \geq 0, \forall x \in [a, b]$

(3): $0 \leq f(x) < g(x), \forall x \in [a, b]$



Số nhận định đúng trong các nhận định trên là:

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Hướng dẫn giải

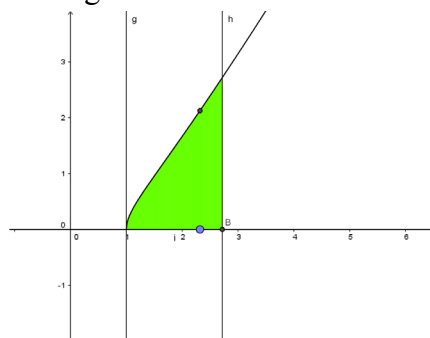
Từ giả thiết ta suy ra có thể xảy ra một trong hai trường hợp:

(2): $f(x) > g(x) \geq 0, \forall x \in [a, b]$

hoặc (3): $0 \leq f(x) < g(x), \forall x \in [a, b]$.

Do đó số nhận định đúng là không.

Câu 59. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x\sqrt{\ln x}$, $y = 0$, $x = e$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:



A. $\pi \cdot \frac{4e^3 + 1}{9}$

B. $\pi \cdot \frac{4e^3 - 1}{9}$

C. $\pi \cdot \frac{2e^3 + 1}{9}$

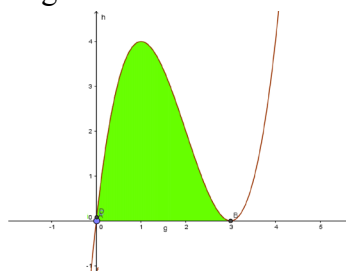
D. $\pi \cdot \frac{2e^3 - 1}{9}$

Hướng dẫn giải

Tọa độ giao điểm của đường $x = e$ với $y = x\sqrt{\ln x}$ là điểm $C(3; 3)$. Tọa độ giao điểm của đường $y = x\sqrt{\ln x}$ với $y = 0$ là $A(1; 0)$. Vậy thể tích của khối tròn xoay cần tính là:

$$V = \int_1^e \pi x^2 \ln x dx = \pi \cdot \frac{2e^3 + 1}{9}.$$

Câu 60. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 - 6x^2 + 9x$, $y = 0$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:



A. $\frac{729\pi}{35}$

B. $\frac{27\pi}{4}$

C. $\frac{256608\pi}{35}$

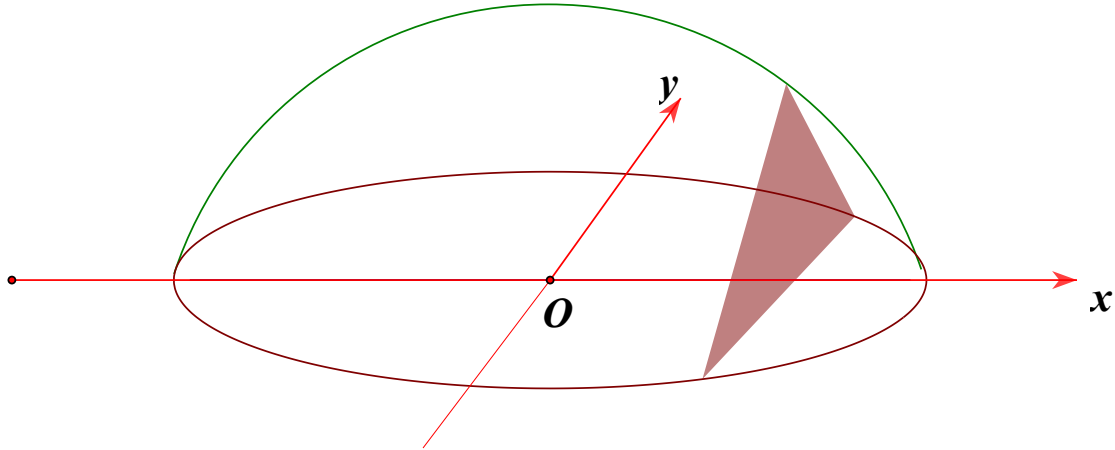
D. $\frac{7776\pi}{5}$

Hướng dẫn giải

Tọa độ giao điểm của đường $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ với $y = 0$ là các điểm $C(e; e)$ và $A(3; 0)$. Vậy

thể tích của khối tròn xoay cần tính là: $V = \int_0^3 \pi \cdot (x^3 - 6x^2 + 9x)^2 dx = \pi \cdot \frac{729}{35}$.

Câu 61. Một vật có kích thước và hình dáng như hình vẽ dưới đây. Đây là hình tròn giới hạn bởi đường tròn $x^2 + y^2 = 16$ (nằm trong mặt phẳng Oxy), cắt vật bởi các mặt phẳng vuông góc với trục Ox ta được thiết diện là tam giác đều. Thể tích của vật thể là:



A. $V = \frac{256\sqrt{3}}{3}$.

B. $V = \frac{256}{3}$.

C. $V = \frac{32\sqrt{3}}{3}$.

D. $V = \frac{32}{3}$.

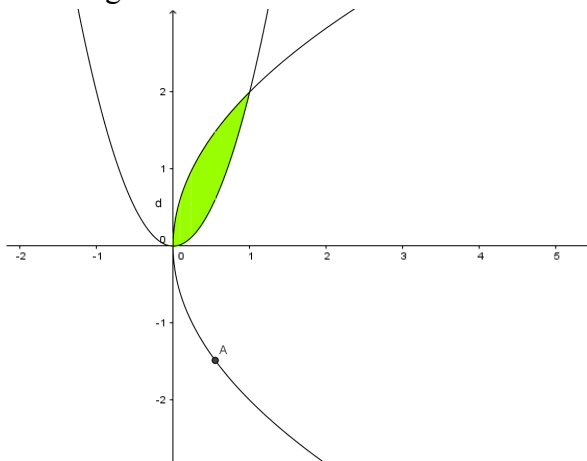
Hướng dẫn giải

Giao điểm của thiết diện và Ox là H. Đặt $OH = x$ suy ra cạnh của thiết diện là $2\sqrt{16 - x^2}$.

Diện tích thiết diện tại H là $S(x) = \frac{\sqrt{3}}{4} 4(16 - x^2)$.

Vậy thể tích của vật thể là $V = \int_{-4}^4 \sqrt{3}(16 - x^2) dx = \frac{256\sqrt{3}}{3}$.

Câu 62. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x^2$, $y^2 = 4x$ quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:



A. $V = \frac{88\pi}{5}$.

B. $V = \frac{9\pi}{70}$.

C. $V = \frac{4\pi}{3}$.

D. $V = \frac{6\pi}{5}$.

Hướng dẫn giải

Với $x \in [0; 2]$ thì $y^2 = 4x \Leftrightarrow y = \sqrt{4x}$

Tọa độ giao điểm của đường $y = 2x^2$ với $y^2 = 4x$ là các điểm $O(0;0)$ và $A(1;2)$. Vậy thể tích của khối tròn xoay cần tính là: $V = \int_0^1 \pi \cdot 4x dx - \int_0^1 \pi \cdot 4x^4 dx = \pi \cdot \frac{6}{5}$.

BÀI TẬP TỔNG HỢP

(Chỉ có phần đáp số)

Câu 63. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường cong $ax = y^2; ay = x^2$ ($a > 0$ cho trước) là:

A. $S = \frac{a^3}{3}$

B. $S = \frac{a^3}{2}$

C. $S = \frac{2a^3}{3}$

D. $S = \frac{4a^3}{3}$

Câu 64. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của: $y = x^2 - 2x$, trục Ox và 2 đường thẳng $x = 0$, $x = 2$ là:

A. $\frac{2}{3}$

B. $\frac{4}{3}$

C. $\frac{1}{3}$

D. 0

Câu 65. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi Parabol $y = -x^2$ và đường thẳng $y = -x - 2$

A. $\frac{11}{2}$

B. $\frac{5}{2}$

C. $\frac{9}{2}$

D. $\frac{1}{2} - \sqrt{2}$

Câu 66. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi ba đường: $y = \sin x$, $y = \cos x$ và $x = 0$

A. $2 + \sqrt{2}$

B. $2\sqrt{2} + 1$

C. $\sqrt{2}$

D. $2\sqrt{2} - 1$

Câu 67. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai parabol: $y = \frac{1}{4}x^2$ và $y = 3x - \frac{1}{2}x^2$ là:

A. 7

B. 8

C. 9

D. 6.

Câu 68. Diện tích giới hạn bởi 2 đường cong: $(C_1): y = f_1(x) = x^2 + 1; (C_2): y = f_2(x) = x^2 - 2x$ và đường thẳng $x = -1$ và $x = 2$.

A. 7

B. $\frac{11}{2}$

C. $\frac{13}{2}$

D. $-\frac{11}{2}$

Câu 69. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol: $y = x^2 - 2x + 2$ tiếp tuyến với parabol tại điểm $M(3; 5)$ và trục tung

A. 7

B. 6

C. 5

D. 9

Câu 70. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi: $y = x(x - 1)(x - 2)$, $y = 0$

A. 1.

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{4}$

D. $\frac{1}{3}$

Câu 71. Cho D là miền kín giới hạn bởi các đường $y = 1$, $y = 2 - x$ và $x = 0$. Tính diện tích của miền D

A. 1

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{1}{8}$

Câu 72. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y = \cos x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$

A. $\frac{3}{2}$

B. 1

C. 2

D. $\frac{1}{2}$

Câu 73. Tính thể tích vật thể giới hạn bởi mặt sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi: $y = 2x - x^2; y = 0$ quay quanh Ox.

- A. $\frac{14\pi}{15}$ B. $\frac{16\pi}{15}$ C. $\frac{17\pi}{15}$ D. $\frac{48\pi}{15}$

Câu 74. Thể tích vật thể tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường $y = x^2$; $8x = y^2$ quay quanh trục Oy là:

- A. $\frac{21\pi}{15}$ B. $\frac{23\pi}{15}$ C. $\frac{24\pi}{15}$ D. $\frac{48\pi}{5}$

Câu 75. Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi trục Ox và Parabol $(C) y = ax - x^2 (a > 0)$ là:

- A. $\frac{\pi a^5}{30}$ B. $\frac{\pi a^5}{20}$ C. $\frac{\pi a^4}{5}$ D. $\frac{\pi a^5}{10}$

Câu 76. Thể tích khối tròn xoay tạo nên khi ta quay quanh trục Ox, hình phẳng S giới hạn bởi các đường: $y = x.e^x, x = 1, y = 0 (0 \leq x \leq 1)$ là:

- A. $\frac{\pi(e^2 + 1)}{4}$ B. $\frac{\pi(e^2 - 1)}{4}$ C. $\frac{\pi(e^2 + 1)}{2}$ D. $\frac{\pi(e^2 - 1)}{12}$.