

TÍNH ĐƠN ĐIỀU CỦA HÀM SỐ

I. TÓM TẮC KIẾN THỨC:

1.1 Bảng đạo hàm các hàm số cơ bản

1. $c' = 0$	2. $x' = 1$
3. $(x^n)' = n.x^{n-1} (n \in \mathbb{N}; n > 1)$	4. $(u^n)' = n.u^{n-1}.u' (n \in \mathbb{N}; n > 1)$
5. $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}, \forall x > 0$	6. $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}, \forall u > 0$
7. $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}, \forall x \neq 0$	8. $\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}, \forall u \neq 0$
9. $(k.x)' = k$	10. $(k.u)' = k.u'$
11. $(\cos x)' = -\sin x$	12. $(\cos u)' = -u' \sin u$
13. $(\sin x)' = \cos x$	14. $(\sin u)' = u'.\cos u$
15. $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$	16. $(\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$
17. $(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$	18. $(\cot u)' = -\frac{u'}{\sin^2 u}$
19. $\left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$	20. $\left(\frac{a_1x^2+b_1x+c_1}{a_2x^2+b_2x+c_2}\right)' = \frac{(a_1b_2-a_2b_1)x^2+2(a_1c_2-a_2c_1)x+b_1c_2-b_2c_1}{(a_2x^2+b_2x+c_2)^2}$

1.2 Quy tắc tính đạo hàm

Cho các hàm số $u = u(x); v = v(x)$ có đạo hàm tại điểm x thuộc khoảng xác định. Ta có:

1. $(u+v)' = u' + v'$	2. $(u-v)' = u' - v'$
3. $(u.v)' = u'v + v'u$	4. $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2} \Rightarrow \left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2}$

Mở rộng: $1. (u_1 \pm u_2 \pm \dots \pm u_n)' = u_1' \pm u_2' \pm \dots \pm u_n'$

$2. (u.v.w)' = u'.v.w + u.v'.w + u.v.w'$

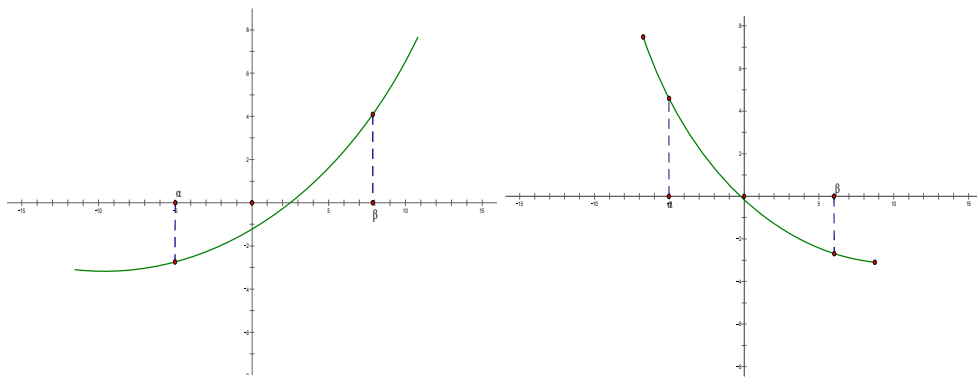
Đạo hàm của hàm số hợp

Cho hàm số $y = f(u(x)) = f(u)$ với $u = u(x)$. Khi đó: $y_x' = y_u' . u_x'$

1.3. Sự đơn điệu của hàm số:

1.3.1 Định nghĩa:

- ✓ Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(a;b) \Leftrightarrow \forall x_1, x_2 \in (a;b): x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$
- ✓ Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(a;b) \Leftrightarrow \forall x_1, x_2 \in (a;b): x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$



Đồ thị hàm số tăng trên $(\alpha; \beta)$

Đồ thị hàm số giảm trên $(\alpha; \beta)$

1.3.2 Định lý:

- ✓ Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(a; b) \Leftrightarrow y' \geq 0; \forall x \in (a; b)$.
- ✓ Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(a; b) \Leftrightarrow y' \leq 0; \forall x \in (a; b)$.

Chú ý: dấu “=” xảy ra ở một số hữu hạn điểm.

* Chú ý:

- Khi yêu cầu “Tìm khoảng đơn điệu” tức là “Tìm khoảng đơn điệu trên tập xác định”.
- Để xét tính đơn điệu của một hàm số, ta thực hiện như sau:
 - + Tìm D.
 - + Tính y' .
 - + Tìm nghiệm của y' hay các điểm thuộc D tại đó y' không xác định (nếu có).
 - + Lập bảng biến thiên.
 - + Căn cứ vào bảng biến thiên ta kết luận các khoảng đơn điệu.
- Hàm số nhất biến chỉ đồng biến (nghịch biến) trên từng khoảng xác định, khi xét điều kiện đủ không xảy ra dấu “=”.

* Một số kiến thức bổ trợ:

a. Dấu của nhị thức bậc nhất $f(x) = ax + b$

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$f(x)$	Trái dấu với a cùng dấu với a		

b. Dấu của tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$

Xét biệt thức $\Delta = b^2 - 4ac$ hoặc $\Delta' = b'^2 - ac$

* Nếu $\Delta < 0$ thì $f(x)$ cùng dấu với $a, \forall x \in \mathbb{R}$.

* Nếu $\Delta = 0$ thì $f(x)$ cùng dấu với $a, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{b}{2a} \right\}, f\left(-\frac{b}{2a}\right) = 0$.

* Nếu $\Delta > 0$ thì dấu của $f(x)$ được xét theo bảng sau

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
$f(x)$	cùng dấu với a trái dấu với a cùng dấu với a			

II. MỘT SỐ VÍ DỤ:

1. Xét tính đơn điệu của hàm số dựa vào đồ thị hoặc bảng biến thiên.

Ví dụ 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm các khoảng đơn điệu của hàm số

Bài giải:

Từ đồ thị hàm số ta thấy, hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1); (3; +\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(1; 3)$

Ví dụ 2 : Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
$f'(x)$		+	-	+
$f(x)$	$-\infty$	5	-1	$+\infty$

Hỏi đồ thị hàm số nghịch biến trên khoảng nào?

Bài giải:

Từ bảng biến thiên ta nhận thấy hàm số nghịch biến trên $(-2; 1)$.

Ví dụ 3 : Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu y' như hình vẽ. hàm số đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty; -1)$

B. $(-1; 0)$

C. $(0; +\infty)$

D. $(-1; +\infty)$

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0
y				

Bài giải:

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$ **Chọn đáp án B**

2. Xét tính đơn điệu của hàm số khi biết đồ thị hàm số $y = f'(x)$

Chú ý :

- $f'(x) > 0$ tương ứng với phần đồ thị nằm trên trục Ox , $f'(x) < 0$ tương ứng với phần đồ thị nằm bên dưới trục Ox
- $f'(x) - g'(x) > 0$ tương ứng với phần mà đồ thị hàm $y = f'(x)$ nằm phía trên đồ thị hàm $y = g'(x)$.

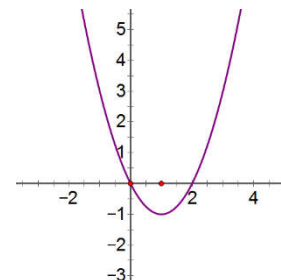
Ví dụ 4 : Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(-\infty; 0)$

B. $(-\infty; 1)$

C. $(0; 2)$

D. $(1; +\infty)$



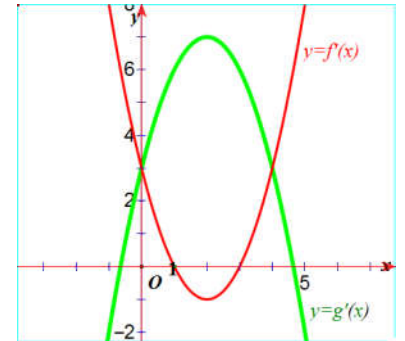
Bài giải:

TÍNH ĐƠN ĐIỀU CỦA HÀM SỐ

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến khi $y = f'(x) < 0$ quan sát hình vẽ ta thấy $y = f'(x) < 0$ (phần đồ thị nằm dưới Ox) ta thấy $y = f'(x) < 0, \forall x \in (0; 2)$ **Chọn đáp án C**

Ví dụ 5. Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết rằng đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ như trong hình vẽ (đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường mảnh hơn màu đỏ, đồ thị hàm số $y = g'(x)$ là đường nét to hơn màu xanh). Hàm số $h(x) = f(x) - g(x)$ nghịch biến trong khoảng nào sau đây?

- A. $(0; 4)$ B. $(-1; 7)$
C. $(-\infty; 0)$ D. $(0; +\infty)$



Bài giải:

Ta có $h'(x) = f'(x) - g'(x)$

Hàm số nghịch biến khi $h'(x) < 0 \Leftrightarrow f'(x) - g'(x) < 0 \Leftrightarrow f'(x) < g'(x)$

Quan sát hình vẽ ta thấy phần đồ thị hàm số $y = f'(x)$ nằm dưới phần đồ thị hàm số $y = g'(x)$ khi $x \in (0; 4)$. Vậy hàm số $h(x) = f(x) - g(x)$ đồng biến trên $(0; 4)$

Chọn đáp án A

4. Xét tính đơn điệu của hàm số cho bằng biểu thức.

Ví dụ 5 : Tìm các khoảng đơn điệu của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.

Bài giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

$$y' = -3x^2 + 6x, \text{ cho } y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = -2 \\ x = 2 \Rightarrow y = 2 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	0		2	$+\infty$	
f(x)		-	0	+	0	-
f(x)	$+\infty$	-2		2	$-\infty$	

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$ và nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0); (2; +\infty)$.

Ví dụ 6 : Tìm các khoảng đơn điệu của hàm số $y = -\frac{1}{4}x^4 + 2x^2 - 1$.

Bài giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

$$y' = -x^3 + 4x, \text{ cho } y' = 0 \Leftrightarrow -x^3 + 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = -1 \\ x = \pm 2 \Rightarrow y = 3 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	-
f(x)	$-\infty$	3	-1	3	$-\infty$

Vậy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2); (0; 2)$ và nghịch biến trên các khoảng $(-2; 0); (2; +\infty)$.

Ví dụ 7: Tìm các khoảng đơn điệu của hàm số $y = \frac{-x-2}{x-1}$.

Bài giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

$$y' = \frac{3}{(x-1)^2} > 0, \forall x \in D$$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+		+
y	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$

Vậy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1); (1; +\infty)$.

Ví dụ 8: Tìm các khoảng đơn điệu của hàm số $y = \sqrt{2x-x^2}$.

Bài giải:

Tập xác định $D = [0; 2]$

$$y' = \frac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}} \text{ cho } y' = 0 \Leftrightarrow 1-x = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Leftrightarrow y = 1$$

Ta có bảng biến thiên

x	0	1	2
y'	+	0	-
y	0	1	0

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 1)$ và nghịch biến $(1; 2)$.

5. Tìm tham số để hàm số đơn điệu trên một khoảng

Cho hàm số $y = f(x, m)$ có tập xác định D , khoảng $(a; b) \subset D$:

- Hàm số nghịch biến trên $(a; b) \Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in (a; b)$
- Hàm số đồng biến trên $(a; b) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (a; b)$

Chú ý: Riêng hàm số $y = \frac{a_1x+b_1}{cx+d}$ thì:

- Hàm số nghịch biến trên $(a; b) \Leftrightarrow y' < 0, \forall x \in (a; b)$
- Hàm số đồng biến trên $(a; b) \Leftrightarrow y' > 0, \forall x \in (a; b)$

* Nhắc lại một số kiến thức liên quan:

Cho tam thức $g(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)

$$\begin{array}{ll} \text{a) } g(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases} & \text{b) } g(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta > 0 \end{cases} \\ \text{c) } g(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases} & \text{d) } g(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases} \end{array}$$

✎ **Chú ý:** Nếu gặp bài toán tìm m để hàm số đồng biến (hoặc nghịch biến) trên khoảng $(a; b)$:

✓ **Bước 1:** Đưa bất phương trình $f'(x) \geq 0$ (hoặc $f'(x) \leq 0$), $\forall x \in (a; b)$ về dạng $g(x) \geq h(m)$ (hoặc $g(x) \leq h(m)$), $\forall x \in (a; b)$.

✓ **Bước 2:** Lập bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ trên $(a; b)$.

✓ **Bước 3:** Từ bảng biến thiên và các điều kiện thích hợp ta suy ra các giá trị cần tìm của tham số m .

Ví dụ 9: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m+2)x + 2m - 5$. Tìm m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Bài giải:

Ta có $y' = x^2 - 2mx + m + 2$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = m^2 - (m+2) \leq 0$

$\Leftrightarrow m^2 - m - 2 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 2$.

Nhận xét:

Để tiện cho việc giải nhanh các câu trắc nghiệm ta có nhận xét sau.

$y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) $\Rightarrow y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

* Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$

* Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$

Ví dụ 10: Cho hàm số $y = \frac{mx+2}{2x+m}$. Tìm m để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

Bài giải:

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{m}{2} \right\}$

Ta có $y' = \frac{m^2 - 4}{(2x+m)^2}$

hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định $\Leftrightarrow y' > 0, \forall x \in D \Leftrightarrow m^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow m < -2 \vee m > 2$

Ví dụ 11: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số

$y = 2x^3 - 3(2m+1)x^2 + 6(m+1)x + 1$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$?

A. $m < 1$.

B. $m \leq 1$.

C. $m < 2$.

D. $m > 1$.

Bài giải:

TXĐ $D = \mathbb{R}$

Ta có $y' = 6x^2 - 6(2m+1)x + 6(m+1)$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$

khi $y' \geq 0, \forall x \in (2; +\infty) \Leftrightarrow 6x^2 - 6(2m+1)x + 6(m+1) \geq 0, \forall x \in (2; +\infty)$

$\Leftrightarrow x^2 - (2m+1)x + (m+1) \geq 0, \forall x \in (2; +\infty) \Leftrightarrow x^2 - x + 1 \geq (2x-1)m, \forall x \in (2; +\infty)$

$\Leftrightarrow \frac{x^2 - x + 1}{2x-1} \geq m, \forall x \in (2; +\infty)$

Xét hàm số $g(x) = \frac{x^2 - x + 1}{2x-1} \Rightarrow g'(x) = \frac{2x^2 - 2x - 1}{(2x-1)^2}$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1-\sqrt{3}}{2} \\ x = \frac{1+\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên

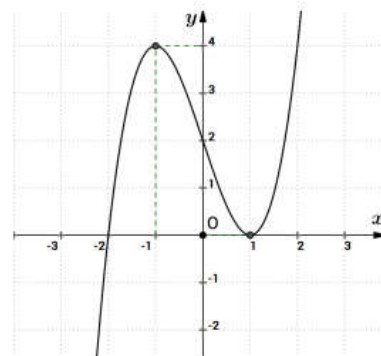
x	$-\infty$	$\frac{1-\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1+\sqrt{3}}{2}$	2	$+\infty$
$g'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$g(x)$	$-\infty$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$+\infty$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta chọn đáp án $m \leq 1$ (Đáp án B)

IV. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TỰ LUYỆN TẬP

NHẬN BIẾT.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên:



Mệnh đề nào sau đây đúng?

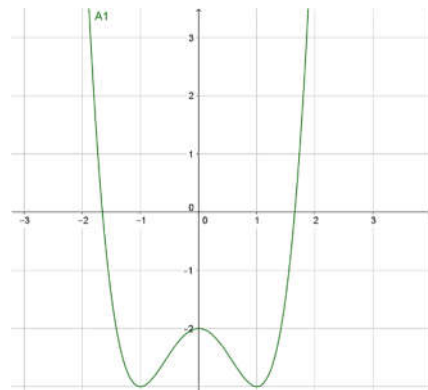
- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
- B. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.
- D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ đồng biến trên tập số thực $\mathbb{R}$, mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Với mọi $x_1 > x_2 \in \mathbb{R} \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$.
- B. Với mọi $x_1, x_2 \in \mathbb{R} \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$.
- C. Với mọi $x_1, x_2 \in \mathbb{R} \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$.
- D. Với mọi $x_1 < x_2 \in \mathbb{R} \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$.

TÍNH ĐƠN ĐIỀU CỦA HÀM SỐ

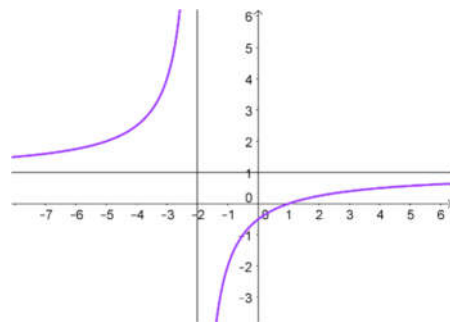
Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên:



Mệnh đề nào sau đây đúng ?

- A. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.
- B. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.
- D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên:



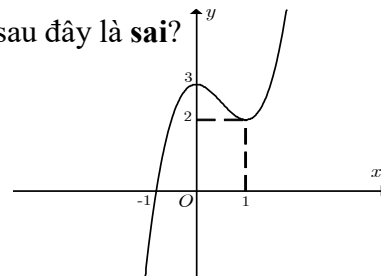
Mệnh đề nào sau đây **sai** ?

- A. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.
- B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$
- C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -2)$
- D. Hàm số đồng biến trên $(-2; +\infty)$

Câu 5. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Nếu $f'(x) \geq 0 \forall x \in (a; b)$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$.
- B. Nếu $f'(x) > 0 \forall x \in (a; b)$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$.
- C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$ khi và chỉ khi $f'(x) \geq 0 \forall x \in (a; b)$.
- D. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$ khi và chỉ khi $f'(x) > 0 \forall x \in (a; b)$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là **sai**?



- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.
- B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và $(1; +\infty)$.
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng D . Với điều kiện nào thì hàm số đã cho đồng biến trên khoảng D ?

- A. $\exists x \in D : f'(x) > 0$
- B. $\forall x \in D : f'(x) > 0$
- C. $\forall x \in D : f'(x) < 0$
- D. $\forall x \in D : f'(x) > 0$

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

Khẳng định nào sau đây là đúng ?

- A. Hàm số $y = f(x)$ tăng trên $(-\infty; 2)$ và $(0; +\infty)$.
- B. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên tập $\mathbb{R} \setminus [1; 3]$.
- C. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+
$f(x)$	$-\infty$	2	0	$+\infty$

TÍNH ĐƠN ĐIỀU CỦA HÀM SỐ

D. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$, có bảng biến thiên:

Mệnh đề nào sau đây **sai** ?

- A. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -2)$ và $(2; +\infty)$.
- B. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-1; 0)$ và $(0; 1)$.
- D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và $(2; +\infty)$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hỏi hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào ?

- A. $(4;5)$.
- B. $(-\infty; 4)$.
- C. $(0;1)$.
- D. $(1; +\infty)$.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến như hình vẽ dưới đây.

Hỏi hàm số đồng biến trên khoảng nào ?

- A. $(0; +\infty)$.
- B. $(-\infty; +\infty)$.
- C. $(0; 1)$.
- D. $(-2; 0)$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng trên $(a; b)$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Nếu $f'(x) > 0, \forall x \in (a; b)$ thì $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$.
- B. Nếu $f'(x) < 0, \forall x \in (a; b)$ thì $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a; b)$.
- C. Nếu $f'(x) = 0, \forall x \in (a; b)$ thì $f(x)$ là hàm số hằng trên khoảng $(a; b)$.
- D. Nếu $f'(x) \geq 0, \forall x \in (a; b)$ thì $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên:

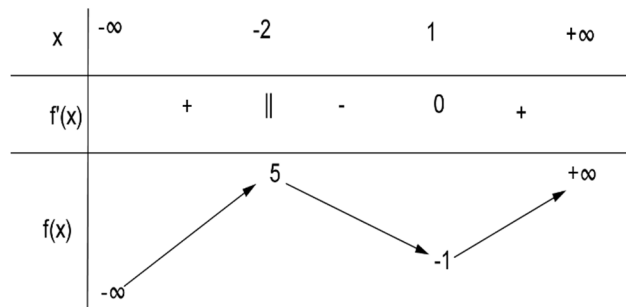
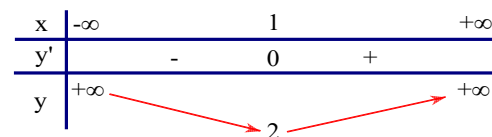
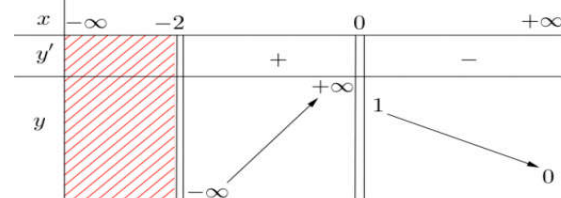
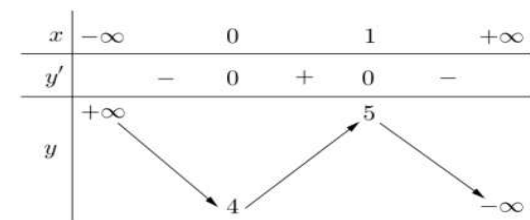
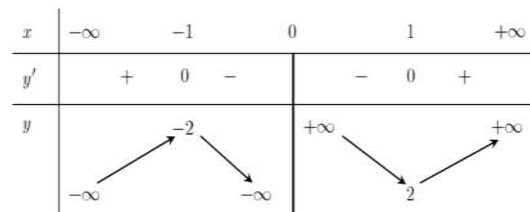
Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
- D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên:

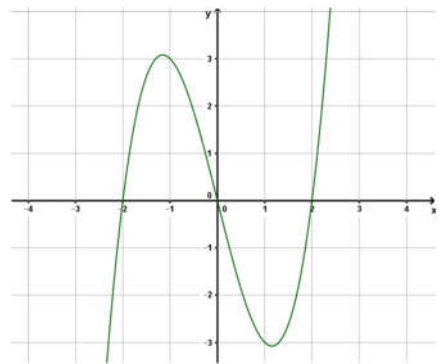
Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

- A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -2)$.
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 5)$.
- D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 1)$.



THÔNG HIỂU.

Câu 15. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?



- A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.
- B. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.
- C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 1)$.
- D. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2 \end{cases}$

Ta lập được bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$							$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta chọn **đáp án B**

Câu 16. Tìm khoảng đồng biến của hàm số: $y = -x^4 + 4x^2 - 3$.

- A. $(0; +\infty)$
- B. $(-\infty; 0)$
- C. $(-\infty; -\sqrt{2})$ và $(0; \sqrt{2})$
- D. $(\sqrt{2}; +\infty)$

Lời giải

Hàm số đã cho xác định trên $D = \mathbb{R}$.

Tính $y' = -4x^3 + 8x$.

$$\text{Cho } y' = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 8x = 0 \Leftrightarrow 4x(-x^2 + 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = 0 \\ -x^2 + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}$$

Bảng biến thiên :

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$-\infty$							$-\infty$

$\nearrow 1 \searrow -3 \nearrow 1 \searrow -\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đồng biến trên: $(-\infty; -\sqrt{2})$ và $(0; \sqrt{2})$

Câu 17. Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + x + 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Lời giải

Hàm số đã cho xác định trên $D = \mathbb{R}$.

Tính $y' = 3x^2 - 4x + 1$.

$$\text{Cho } y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 4x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+
y	$-\infty$					$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên **chọn đáp án A**

Câu 18. Các khoảng đồng biến của hàm số $y = -x^3 + 6x^2 - 9x$ là:

- A. $(-\infty; +\infty)$ B. $(-\infty; -4) \cup (0; +\infty)$ C. $(1; 3)$ D. $(-\infty; 1); (3; +\infty)$

Lời giải

Hàm số đã cho xác định trên $D = \mathbb{R}$.

Tính $y' = -3x^2 + 12x - 9$.

$$\text{Cho } y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 12x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$						$-\infty$

Chọn C

Câu 19. Các khoảng đồng biến của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ là:

- A. $(-\infty; 1); (2; +\infty)$ B. $(0; 2)$ C. $(2; +\infty)$ D. $\mathbb{R}$.

Lời giải

Hàm số đã cho xác định trên $D = \mathbb{R}$.

Tính $y' = -3x^2 + 6x$.

$$\text{Cho } y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$						$-\infty$

Chọn B

Câu 20. Các khoảng đồng biến của hàm số $y = x^3 - 3x^2$ là:

A. $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$

B. $(0; 2)$

C. $(2; +\infty)$

D. $\mathbb{R}$.

Lời giải

Hàm số đã cho xác định trên $D = \mathbb{R}$.

Tính $y' = 3x^2 - 6x$.

$$\text{Cho } y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$						$+\infty$

Chọn A

Câu 21. Hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$ đồng biến trên khoảng nào sau đây:

A. Đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. $(-\infty; -1); (0; 1)$.

C. $(-1; 0); (0; 1)$.

D. $(-1; 0); (1; +\infty)$.

Lời giải

Hàm số đã cho xác định trên $D = \mathbb{R}$.

Tính $y' = 4x^3 - 4x$.

$$\text{Cho } y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	1				-1			-1

The graph shows a piecewise linear function $y(x)$ defined on the interval $(-\infty, \infty)$. The function is defined by the following points and segments:

- At $x = -\infty$, $y = 1$.
- At $x = -1$, $y = -2$.
- At $x = 0$, $y = -1$.
- At $x = 1$, $y = -2$.
- At $x = \infty$, $y = -1$.

The function is continuous and piecewise linear, with segments connecting the points $(-\infty, 1)$, $(-1, -2)$, $(0, -1)$, $(1, -2)$, and $(\infty, -1)$.

Chọn D

Câu 22. Hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 3$ đồng biến trên tập nào?

- A. $(-2; 0)$ và $(2; +\infty)$ B. $(-\infty; -2)$ và $(0; 2)$ C. $(-\infty; 0)$ D. $(0; +\infty)$

Lời giải

Hàm số đã cho xác định trên $D = \mathbb{R}$.

Tính $y' = 4x^3 - 16x$.

$$\text{Cho } y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 16x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$								
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$						
y	1			-13			3			-13			-1

Chọn A

Câu 23. Hàm số $y = -x^4 + 8x^2 + 5$ đồng biến trên tập nào?

- A. $(-2; 0)$ và $(2; +\infty)$ B. $(-\infty; -2)$ và $(0; 2)$ C. $(-\infty; 0)$ D. $(0; +\infty)$

Lời giải

Hàm số đã cho xác định trên $D = \mathbb{R}$.

Tính $y' = -4x^3 + 16x$.

$$\text{Cho } y' = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 16x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y								

Chọn B

Câu 24. Hàm số $y = \frac{x+1}{x+2}$ đồng biến trên tập nào?

- A. $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$ B. $(-\infty; +\infty)$ C. $(-\infty; -1)$ D. $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$

Lời giải

Hàm số đã cho xác định trên $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Tính $y' = \frac{1}{(x+2)^2} > 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
y'	+		+
y	1	$+\infty$	1

Chọn A

Câu 25. Hàm số $y = \frac{x-3}{x-1}$ đồng biến trên tập nào?

- A. $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$ B. $(-\infty; +\infty)$ C. $(-\infty; 3)$ D. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

Lời giải

Hàm số đã cho xác định trên $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Tính $y' = \frac{2}{(x-1)^2} > 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+		+
y	1	$+\infty$	1

Chọn A

Câu 26. Hàm số $y = \sqrt{2x-x^2}$ nghịch biến trên các khoảng nào?

- A. $(1; 2)$. B. $(0; 1)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(1; +\infty)$.

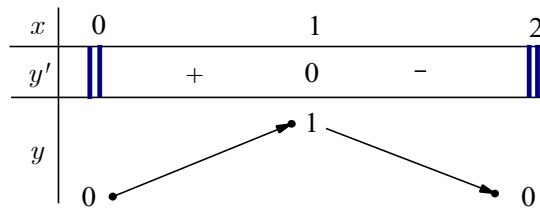
Lời giải

Hàm số đã cho xác định trên $D = [0; 2]$.

Tính $y' = \frac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}}$.

Cho $y' = 0 \Leftrightarrow 1 - x = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Bảng biến thiên



Chọn A

Câu 27. Hàm số $y = \sqrt{4x - x^2}$ nghịch biến trên khoảng nào ?

A. $(0; 2)$

B. $(2; 4)$

C. $(-\infty; 2)$

D. $(2; +\infty)$

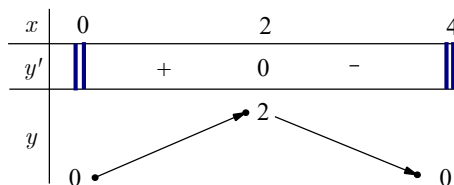
Lời giải

Hàm số đã cho xác định trên $D = [0; 4]$.

Tính $y' = \frac{2-x}{\sqrt{4x-x^2}}$.

Cho $y' = 0 \Leftrightarrow 2 - x = 0 \Leftrightarrow x = 2$

Bảng biến thiên



Chọn A

Câu 28. Hàm số $y = \sqrt{x^2 - 4x}$ nghịch biến trên khoảng nào ?

A. $(-\infty; 0)$

B. $(4; +\infty)$

C. $(-\infty; 2)$

D. $(2; +\infty)$

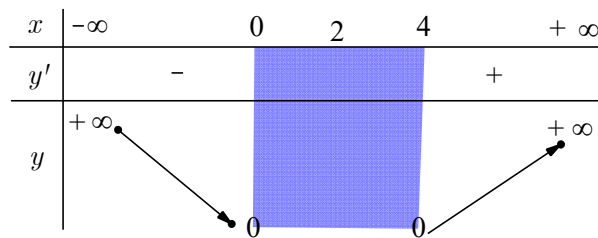
Lời giải

Hàm số đã cho xác định trên $D = (-\infty; 0] \cup [4; +\infty)$.

Tính $y' = \frac{x-2}{\sqrt{x^2-4x}}$.

Cho $y' = 0 \Leftrightarrow x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \notin D$

Bảng biến thiên



Chọn A

Câu 29. Hàm số $y = \sqrt{9 - x^2}$ đồng biến trên khoảng nào

A. $(-3; 0)$

B. $(0; 3)$

C. $(-\infty; 0)$

D. $(0; +\infty)$

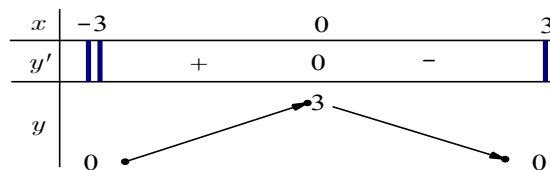
Lời giải

Hàm số đã cho xác định trên $D = [-3; 3]$.

Tính $y' = \frac{-x}{\sqrt{9 - x^2}}$.

Cho $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Bảng biến thiên



Chọn A

Câu 30. Hàm số $y = \sqrt{-2x^2 + 5x - 2}$ đồng biến trên khoảng nào sau đây

A. $\left(\frac{1}{2}; \frac{5}{4}\right)$

B. $\left(\frac{5}{4}; 2\right)$

C. $\left(-\infty; \frac{5}{4}\right)$

D. $(2; +\infty)$

Lời giải

Hàm số đã cho xác định trên $D = \left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

Tính $y' = \frac{-4x + 5}{2\sqrt{-2x^2 + 5x - 2}}$.

Cho $y' = 0 \Leftrightarrow -4x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5}{4}$

Bảng biến thiên

x	$\frac{1}{2}$		$\frac{5}{4}$		2
y'	0	$+$	0	$-$	0
y	0		$\frac{3\sqrt{2}}{4}$		0

Chọn A

Câu 31. (Đề thử nghiệm của Bộ GD-ĐT 2017) Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + x + 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$.
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Lời giải

Hàm số đã cho xác định trên $D = \mathbb{R}$.

Tính $y' = 3x^2 - 4x + 1$.

$$\text{Cho } y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 4x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\frac{31}{27}$		1		$+\infty$

Chọn A

Câu 32. Hàm số $y = \cos 2x - 2x + 3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Nghịch biến trên $\mathbb{R}$ B. Đồng biến trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$
 C. Đồng biến trên $\mathbb{R}$ D. Đồng biến trên $\left(\frac{\pi}{2}; +\infty\right)$

Lời giải

Hàm số đã cho xác định trên $D = \mathbb{R}$.

Tính $y' = -2\sin 2x - 2 = -2(\sin 2x + 1) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$

Chọn C

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^2(x-1)^3(2-x)$. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(-1; 1)$.

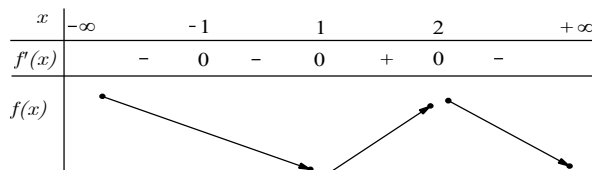
C. $(2; +\infty)$.

D. $(1; 2)$.

Lời giải

Hàm số đã cho xác định trên $D = \mathbb{R}$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 (x-1)^3 (2-x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}.$$



Chọn D

Câu 34. Hỏi hàm số $y = \sqrt{x^2 - 4x + 3}$ đồng biến trên khoảng nào ?

A. $(2; +\infty)$

B. $(-\infty; 3)$

C. $(-\infty; 1)$

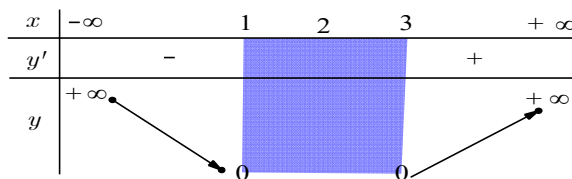
D. $(3; +\infty)$

Lời giải

Hàm số đã cho xác định trên $D = (-\infty; 1] \cup [3; +\infty)$.

$$\text{Tính } y' = \frac{x-2}{\sqrt{x^2 - 4x + 3}}.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \notin D.$$



Chọn D

Câu 35. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-1)$. Hỏi hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(-\infty; 1)$.

B. $(0; 1)$.

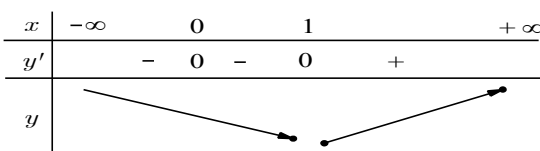
C. $(1; +\infty)$.

D. $(-\infty; 0)$.

Lời giải

Hàm số đã cho xác định trên $D = \mathbb{R}$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2(x-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$



Chọn C

VẬN DỤNG .

Câu 36. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và đồng biến trên $\mathbb{R}$. Hỏi hàm số nào được liệt kê dưới đây cũng có thể đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = -f(x)$ B. $y = f^2(x)$ C. $y = \frac{1}{f(x)}$ D. $y = f^3(x)$

Lời giải

Hàm số $y = f(x)$ xác định và đồng biến trên $\mathbb{R}$ suy ra $f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ đẳng thức chỉ xảy ra tại một số hữu hạn điểm

Ta thấy

$$y = -f(x) \Rightarrow y' = -f'(x) \leq 0 \text{ Loại A}$$

$$y = f^2(x) \Rightarrow y' = 2f(x)f'(x) \text{ chưa kết luận được về dấu } y' \text{ Loại B}$$

$$y = \frac{1}{f(x)} \Rightarrow y' = -\frac{f'(x)}{f^2(x)} \leq 0 \text{ Loại C}$$

$$y = f^3(x) \Rightarrow y' = 3f^2(x)f'(x) \geq 0 \text{ Chọn D}$$

Câu 37. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và đồng biến trên $\mathbb{R}$. Hỏi hàm số nào được liệt kê dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = -f(x)$ B. $y = f^2(x)$ C. $y = \frac{1}{f(x)}$ D. $y = f^3(x)$

Lời giải

Hàm số $y = f(x)$ xác định và đồng biến trên $\mathbb{R}$ suy ra $f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ đẳng thức chỉ xảy ra tại một số hữu hạn điểm

Ta thấy

$$y = -f(x) \Rightarrow y' = -f'(x) \leq 0 \text{ Chọn A}$$

$$y = f^2(x) \Rightarrow y' = 2f(x)f'(x) \text{ chưa kết luận được về dấu } y' \text{ Loại B}$$

$$y = \frac{1}{f(x)} \Rightarrow y' = -\frac{f'(x)}{f^2(x)} \leq 0 \text{ Loại C (tại những điểm } f(x) = 0 \text{ hàm số không xác định)}$$

$$y = f^3(x) \Rightarrow y' = 3f^2(x)f'(x) \geq 0 \text{ Loại D}$$

Câu 38. Cho hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(3; 7)$; nghịch biến trên khoảng $(-1; 2)$. Hỏi với x_1, x_2 nhận giá trị nào được liệt kê dưới đây để $(x_1 - x_2)(f(x_1) - f(x_2)) > 0$

- A. $x_1 = 0, x_2 = 1.$ B. $x_1 = 5, x_2 = 1.$
C. $x_1 = 6, x_2 = 1.$ D. $x_1 = 4, x_2 = 5.$

Lời giải

Ta thấy $(x_1 - x_2)(f(x_1) - f(x_2)) > 0 \Leftrightarrow x_1 - x_2$ và $f(x_1) - f(x_2)$ cùng dấu tức là $y = f(x)$ đồng biến, suy ra $x_1, x_2 \in (3; 7) \Rightarrow x_1 = 4, x_2 = 5$

Chọn D

Câu 39. Cho hàm số: $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + (m+1)x + 5$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m > 3$

B. $m \leq 3$

C. $m < 3$

D. $m \geq 3$

Lời giải

Hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + (m+1)x + 5$ đồng biến

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{3} > 0 \\ b^2 - 3ac = 2^2 - 3 \cdot \frac{1}{3} (m+1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 4 - m - 1 \leq 0 \Leftrightarrow 3 - m \leq 0 \Leftrightarrow m \geq 3$$

Chọn D

Câu 40. Tìm tất cả giá trị thực của m để hàm số $y = x^3 - 6x^2 + mx + 1$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

A. $m \geq 0$.

B. $m \leq 0$.

C. $m \geq 12$.

D. $m \leq 12$.

Lời giải

Hàm số $y = x^3 - 6x^2 + mx + 1$ đồng biến trên $(0; +\infty)$

$$\Leftrightarrow y' = 3x^2 - 12x + m \geq 0, \forall x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow m \geq -3x^2 + 12x, \forall x \in (0; +\infty)$$

$$\text{Đặt } g(x) = -3x^2 + 12x \Rightarrow g'(x) = -6x + 12$$

$$\text{Cho } g'(x) = 0 \Leftrightarrow -6x + 12 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow g(2) = 12$$

Bảng biến thiên

x	0	2	$+\infty$
$g'(x)$		0	-
$g(x)$	0	12	$-\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy $m \geq g(x), \forall x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow m \geq 12$ **Chọn C**

Câu 41. Cho hàm số $y = \frac{mx-2}{x-1}$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó?

A. $m \leq 4$

B. $m > 2$

C. $m \geq 2$

D. $m < 4$

Lời giải

Hàm số $y = \frac{mx-2}{x-1}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định

$$\Leftrightarrow y' = \frac{-m+2}{(x-1)^2} < 0, \forall x \neq 1 \Leftrightarrow -m+2 < 0 \Leftrightarrow m > 2$$

Chọn B

Câu 42. Với giá trị nào của tham số m thì hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 - mx + 3$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $0 \leq m \leq 1$

B. $0 < m < 1$

C. $m > 1 \vee m < 0$

D. $m \geq 1 \vee m \leq 0$

Lời giải

Hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 - mx + 3$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{3} < 0 \\ b^2 - 3ac = m^2 - 3\left(-\frac{1}{3}\right)(-m) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 - m \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 1$$

Chọn A

Câu 43. Với giá trị nào của m thì hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - mx + 2$ nghịch biến trên tập xác định

A. $m \geq 4$

B. $m < 4$

C. $m \leq 4$

D. $m > 4$.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}$

Hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - mx + 2$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{3} < 0 \\ b^2 - 3ac = 2^2 - 3\left(-\frac{1}{3}\right)(-m) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 4 - m \leq 0 \Leftrightarrow m \geq 4$$

Chọn A

Câu 44. Hàm số $y = \frac{x-2}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 3)$ khi

A. $m > 2$.

B. $m > 3$.

C. $m < 3$.

D. $m < 2$.

Lời giải

Hàm số $y = \frac{x-2}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 3)$

$$\Leftrightarrow y' = \frac{-m+2}{(x-m)^2} < 0, \forall x \in (-\infty; 3) \Leftrightarrow \begin{cases} -m+2 < 0 \\ m > 3 \end{cases} \Leftrightarrow m > 3$$

Chọn B

Câu 45. Tìm m để hàm số $y = \frac{2x-m}{x-1}$ đồng biến trên từng khoảng xác định.

A. $m = 2$.

B. $m > 2$.

C. $m < 2$

D. $m \in \mathbb{R}$.

Lời giải

$y = \frac{2x-m}{x-1}$ đồng biến trên từng khoảng xác định.

$$\Leftrightarrow y' = \frac{m-2}{(x-1)^2} > 0, \forall x \neq 1 \Leftrightarrow m-2 > 0 \Leftrightarrow m > 2$$

Chọn B

Câu 46. Hàm số $y = x^3 + 3x^2 + mx + m$ nghịch biến trên một khoảng có độ dài bằng 1 khi:

A. $m = \frac{9}{4}$

B. $m = -\frac{9}{4}$

C. $m = \frac{9}{2}$

D. $m = -\frac{9}{2}$

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}$

Hàm số $y = x^3 + 3x^2 + mx + m$ nghịch biến trên một khoảng có độ dài bằng 1 khi

$y' = 3x^2 + 6x + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $|x_1 - x_2| = 1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 3^2 - 3.m > 0 \\ (x_1 - x_2)^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 3 \\ (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 3 \\ (-2)^2 - 4\frac{m}{3} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 3 \\ m = \frac{9}{4} \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{9}{4}$$

Chọn A

Câu 47. Giá trị nhỏ nhất của tham số m để hàm số $y = \frac{m}{3}x^3 - 2x^2 + (m+3)x + m$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là:

A. $m = -4$

B. $m = 0$

C. $m = -2$

D. $m = 1$

Lời giải

Hàm số $y = \frac{m}{3}x^3 - 2x^2 + (m+3)x + m$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{m}{3} > 0 \\ b^2 - 3ac = 2^2 - 3\frac{m}{3}(m+3) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ -m^2 - 3m + 4 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m \leq -4 \vee m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 1$$

Chọn D

Câu 48. Có bao nhiêu số nguyên m trong đoạn $[-2017; 2017]$ để hàm số

$y = (m^2 - 2m)x^3 + (m - 2)x^2 + 3x - 4$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. 4031.

B. 4032.

C. 4033.

D. 4034.

Lời giải

Hàm số $y = (m^2 - 2m)x^3 + (m - 2)x^2 + 3x - 4$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

$$\text{TH1 } m^2 - 2m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$$

Với $m = 0 \Rightarrow y = -2x^2 + 3x - 4$ không thỏa mãn

Với $m = 2 \Rightarrow y = 3x - 4$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn

$$\text{TH2 } m^2 - 2m \neq 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = m^2 - 2m > 0 \\ b^2 - 3ac = (m-2)^2 - 3(m^2 - 2m)3 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m > 0 \\ -8m^2 + 14m + 4 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \vee m > 2 \\ m \leq -\frac{1}{4} \vee m \geq 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m \leq -\frac{1}{4} \vee m > 2$$

Kết hợp với $m \in [-2017; 2017], m \in \mathbb{Z}$ ta có

$\left[-2017; -\frac{1}{4}\right]$ có 2017 số nguyên

$(2; 2017]$ có 2015 số nguyên suy ra có $2017 + 2015 + 1 = 4033$ số

Chọn C

Câu 49. Có bao nhiêu số nguyên không âm m để hàm số $y = x^3 + (1-2m)x^2 + (2-m)x + m + 2$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Hàm số $y = x^3 + (1-2m)x^2 + (2-m)x + m + 2$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ khi

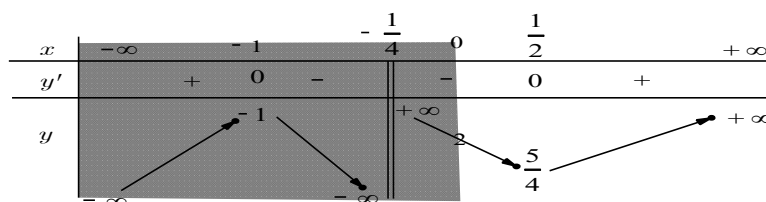
$$y' = 3x^2 + 2(1-2m)x + (2-m) \geq 0, \forall x \in (0; +\infty).$$

$$3x^2 + 2x + 2 \geq (4x+1)m, \forall x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow \frac{3x^2 + 2x + 2}{4x+1} \geq m, \forall x \in (0; +\infty)$$

$$\text{Đặt } g(x) = \frac{3x^2 + 2x + 2}{4x+1} \Rightarrow g'(x) = \frac{12x^2 + 6x - 6}{(4x+1)^2}$$

$$\text{Cho } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{12x^2 + 6x - 6}{(4x+1)^2} = 0 \Leftrightarrow 12x^2 + 6x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Bảng biến thiên



$$\text{Từ bảng biến thiên ta thấy } \frac{3x^2 + 2x + 2}{4x+1} \geq m, \forall x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow m \geq \frac{5}{4}$$

Suy ra $m = 0, m = 1$ thỏa yêu cầu bài toán

Chọn C

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = f(x) + 1$. B. $y = f(x) - 1$.
C. $y = f(x) + x$. D. $y = f(x) - x$.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta thấy $f'(x) \geq -1, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow f'(x) + 1 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Chọn đáp án C

