

# TRA CỨU NHANH PHƯƠNG PHÁP GIẢI CÁC DẠNG TOÁN SÓNG CƠ HỌC

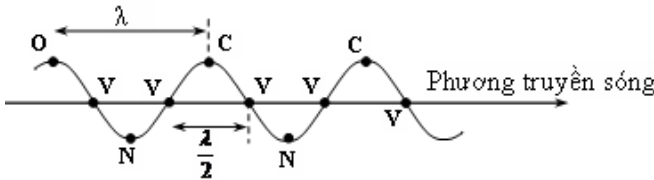
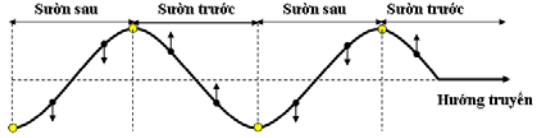
## 2.1. HIỆN TƯỢNG SÓNG CƠ HỌC

**Tình huống 1:** Khi gặp bài toán liên quan đến khoảng cách giữa các điểm cùng pha, ngược pha, vuông pha thì làm thế nào?

**Giải pháp:**

$$\text{Bước sóng: } \lambda = vT = \frac{v}{f} = v \frac{2\pi}{\omega}$$

Khi sóng lan truyền thì **sườn trước** đi lên và **sườn sau** đi xuống! Xét những điểm nằm trên cùng một phương truyền sóng thì khoảng cách giữa 2 điểm dao động:

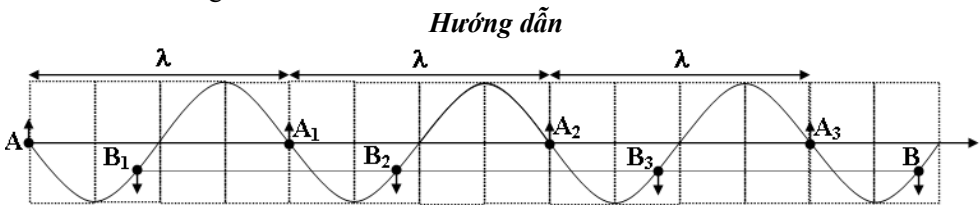


\*cùng pha là  $l = k\lambda$  (k là số nguyên)  $\Rightarrow l_{\min} = \lambda$

\*ngược pha là  $l = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}$  (k là số nguyên)  $\Rightarrow l_{\min} = 0,5\lambda$

\*vuông pha là  $l = (2k + 1)\frac{\lambda}{4}$  (k là số nguyên)  $\Rightarrow l_{\min} = 0,25\lambda$

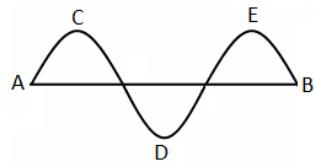
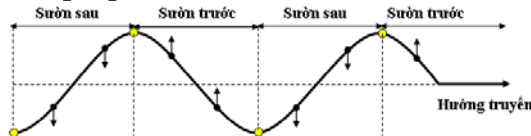
**Ví dụ minh họa:** Hai điểm A, B cùng phương truyền sóng, cách nhau 25,5 cm. Trên đoạn AB có 3 điểm  $A_1, A_2, A_3$  dao động cùng pha với A, và ba điểm  $B_1, B_2, B_3$  dao động cùng pha với B. Sóng truyền theo thứ tự A,  $B_1, A_1, B_2, A_2, B_3, A_3, B$  và  $A_3B = 3$  cm. Tìm bước sóng.



$$AB = 3\lambda + A_3B = 3\lambda + AB_1 \Rightarrow 25,5 = 3\lambda + 3 \Rightarrow \lambda = 7,5 \text{ (cm)}$$

**Tình huống 2:** Làm thế nào để xác định hướng truyền sóng bằng đồ thị sóng hình sin?

**Giải pháp:**

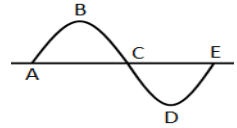


Dựa vào đồ thị sóng hình sin có thể xác định được hướng truyền sóng:

\*Nếu sóng truyền A đến B thì đoạn EB đang đi lên (DE đi xuống, CD đi lên và AC đi xuống).

\*Nếu sóng truyền B đến A thì đoạn AC đang đi lên (CD đi xuống, DE đi lên và EB đi xuống).

**Ví dụ minh họa 1:** Một sóng ngang truyền trên mặt nước có tần số 10 Hz tại một thời điểm nào đó một phần mặt nước có dạng như hình vẽ. Trong đó khoảng cách từ các vị trí cân bằng của A đến vị trí cân bằng của D là 60 cm và điểm C đang từ vị trí cân bằng đi xuống. Xác định chiều truyền của sóng và tốc độ truyền sóng.



### Hướng dẫn

Vì điểm C từ vị trí cân bằng đi xuống nên cả đoạn BD đang đi xuống. Do đó, AB đi lên, nghĩa là sóng truyền E đến A.

Đoạn  $AD = 3\lambda/4 \Rightarrow 60 = 3\lambda/4 \Rightarrow \lambda = 80 \text{ cm} = 0,8 \text{ m} \Rightarrow v = \lambda f = 8 \text{ m/s} \Rightarrow$  Chọn B.

**Tình huống 3:** Khi gặp bài toán tại thời điểm t điểm M có li độ âm (dương) và đang chuyển động đi lên (xuống) làm thế nào để xác định trạng thái của điểm N?

### Giải pháp:

Tại một thời điểm nào đó M có li độ âm (dương) và đang chuyển động đi lên (xuống), để xác định trạng thái của điểm N ta làm như sau:

\*Viết  $MN = \Delta\lambda + n\lambda = MN' + n\lambda \Rightarrow N'$  dao động cùng pha với N nên chỉ cần xác định trạng thái của điểm  $N'$ .

\*Để xác định trạng thái  $N'$  nên dùng đồ thị sóng hình sin.

**Ví dụ minh họa 1:** Một sóng ngang có bước sóng  $\lambda$  truyền trên sợi dây dài, qua điểm M rồi đến điểm N cách nhau  $65,75\lambda$ . Tại một thời điểm nào đó M có li độ âm và đang chuyển động đi xuống thì điểm N đang có li độ

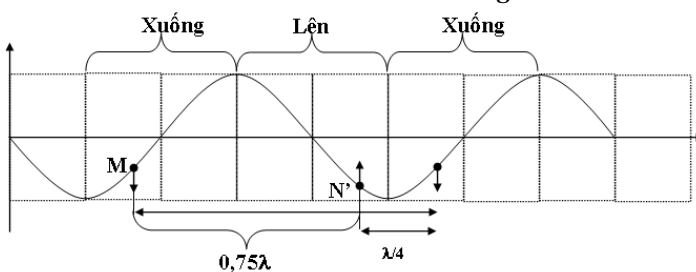
A. âm và đang đi xuống.

B. âm và đang đi lên.

C. dương và đang đi xuống.

D. dương và đang đi lên.

### Hướng dẫn



$MN = 65,75\lambda = 65\lambda + 0,75\lambda$ . Từ hình vẽ ta thấy  $N'$  đang có li độ âm và đang đi lên  $\Rightarrow$  Chọn B.

**Tình huống 4:** Khi gặp bài toán tìm thời gian ngắn nhất để đi đến vị trí nhất định thì làm thế nào?

### Giải pháp:

Sóng vừa có tính chất tuần hoàn theo thời gian vừa có tính chất tuần hoàn theo không gian.

Từ hai tính chất này suy ra hệ quả, hai điểm M, N trên phương truyền sóng cách nhau  $\lambda/n$  thì thời gian ngắn nhất để điểm này giống trạng thái của điểm kia là  $T/n$ .

Dựa vào các tính chất này, chúng ta có lời giải ngắn gọn cho nhiều bài toán phức tạp.

**Ví dụ minh họa 1:** Sóng ngang có chu kỳ T, bước sóng  $\lambda$ , lan truyền trên mặt nước với biên độ không đổi. Xét trên một phương truyền sóng, sóng truyền đến điểm M rồi mới đến N cách nó  $\lambda/5$ . Nếu tại thời điểm t, điểm M qua vị trí cân bằng theo chiều dương thì sau thời gian ngắn nhất bao nhiêu thì điểm N sẽ hạ xuống thấp nhất?

- A.  $11T/20$ .      **B.  $11T/12$**       C.  $T/20$ .      D.  $T/12$ .

### Hướng dẫn

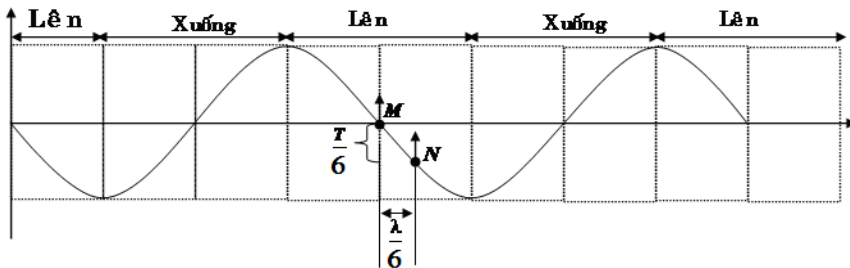
**Các bước giải như sau:**

**Bước 1:** Vẽ đường sin, quy ước sóng truyền theo chiều dương và xác định các vùng mà các phần tử vật chất đang đi lên và đi xuống.

**Bước 2:** Vì điểm M qua vị trí cân bằng theo chiều dương nên nó nằm ở vùng mà các phần tử vật chất đang đi lên.

**Bước 3:** Vì sóng truyền qua M rồi mới đến N nên điểm N phải nằm phía bên phải điểm M như hình vẽ.

**Bước 4:** Ở thời điểm hiện tại tại cả M và N đều đang đi lên. Vì  $MN = \lambda/6$  nên thời gian ngắn nhất để N đi đến vị trí cân bằng là  $T/6$ . Thời gian ngắn nhất đi từ vị trí cân bằng đến vị trí cao nhất là  $T/4$  và thời gian ngắn nhất đi từ vị trí cao nhất đến vị trí thấp nhất là  $T/2$ . Vậy điểm N sẽ đến vị trí thấp nhất sau khoảng thời gian ngắn nhất:  $T/6 + T/4 + T/2 = 11T/12 \Rightarrow$  Chọn B.



**Chú ý:** Nếu sóng truyền qua N rồi mới đến M thì kết quả sẽ khác. Ta sẽ hiểu rõ thêm ở ví dụ tiếp theo.

**Chú ý:** Xét hai điểm M, I trên cùng một phương truyền sóng cách nhau một khoảng  $0 < x < \lambda/4$ .

Nếu ở thời điểm t, điểm I đang ở vị trí cân bằng thì lúc này điểm M cách vị trí

cân bằng của nó một đoạn  $|u_M| = A \sin \frac{2\pi x}{\lambda}$ .

Nếu ở thời điểm t, điểm I đang ở vị trí cao nhất (thấp nhất) thì lúc này điểm M

cách vị trí cân bằng của nó một đoạn  $|u_M| = A \cos \frac{2\pi x}{\lambda}$ .

**Chú ý:** Đến đây ta rút ra quy trình giải nhanh như sau:

1) Nếu  $u_M = -u_N$  và  $MN < \lambda/2$  thì  $|u_M| = A \sin \frac{2\pi}{\lambda} \frac{MN}{2}$ .

2) Nếu  $u_M \neq -u_N$  thì  $u_M \cos \Delta\varphi \pm \sqrt{A^2 - u_M^2} \sin \Delta\varphi = u_N$ .

**Tình huống 5:** Khi gặp bài toán khoảng cách các điểm cùng pha, ngược pha, vuông pha thì quan hệ li độ và vận tốc dao động như thế nào?

**Giải pháp:**

Giả sử sóng truyền qua M rồi mới đến N.

\*Nếu  $MN = k\lambda$  (cùng pha) thì  $u_M = u_N$  và  $v_M = v_N$ .

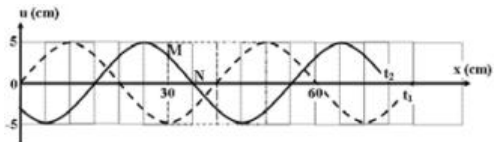
\*Nếu  $MN = (2k + 1)\lambda/2$  (ngược pha) thì  $u_M = -u_N$  và  $v_M = -v_N$ .

\*Nếu  $MN = (2k + 1)\lambda/4$  (vuông pha) thì  $A^2 = u_M^2 + u_N^2$  và  $v_M = \omega u_N$ ,  $v_N = -\omega u_M$  khi k lẻ ( $v_M = -\omega u_N$ ,  $v_N = \omega u_M$  khi k chẵn).

**Tình huống 6:** Khi gặp bài toán cho đồ thị sóng hình sin thì làm thế nào?

**Giải pháp:**

**Ví dụ minh họa 1:** (ĐH - 2013): Một sóng hình sin đang truyền trên một sợi dây theo chiều dương của trục Ox. Hình vẽ mô tả hình dạng của sợi dây tại thời điểm  $t_1$  (đường nét đứt) và  $t_2 = t_1 + 0,3$  (s) (đường liền nét). Tại thời điểm  $t_2$ , vận tốc của điểm N trên dây là



- A. -39,3 cm/s.      B. 65,4 cm/s.      C. -65,4 cm/s.      **D. 39,3 cm/s.**

**Hướng dẫn**

Từ hình vẽ ta thấy: Biên độ sóng  $A = 5$  cm. Từ 30 cm đến 60 cm có 6 ô nên chiều dài mỗi ô là  $(60 - 30)/6 = 5$  cm. Bước sóng bằng 8 ô nên  $\lambda = 8.5 = 40$  cm. Trong thời gian 0,3 s sóng truyền đi được 3 ô theo phương ngang tương ứng quãng đường 15 cm nên tốc độ truyền sóng  $v = \frac{15}{0,3} = 50$  (cm / s).

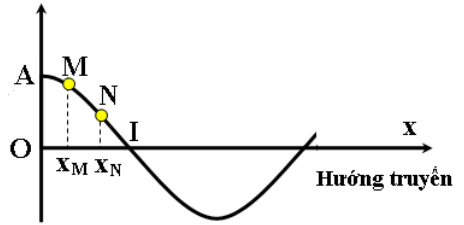
Chu kỳ sóng và tần số góc:  $T = \lambda/v = 0,8$  s;  $\omega = 2\pi/T = 2,5\pi$  (rad/s).

Tại thời điểm  $t_2$ , điểm N qua vị trí cân bằng và nằm ở sườn trước nên nó đang đi lên với tốc độ cực đại, tức là vận tốc của nó dương và có độ lớn cực đại:  $v_{\max} = \omega A = 2,5\pi.5 \approx 39,3$  cm/s  $\Rightarrow$  Chọn D.

*Chú ý:* Nếu phương trình sóng có dạng  $u = A \cos\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$  thì vận tốc dao

động của phần tử có tọa độ x là  $v = u' = -\omega A \sin\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$ . Đồ thị hình sin ở thời điểm  $t = 0$  có dạng như hình vẽ. Hai điểm M và N có tỉ số li độ và tỉ số vận tốc lần lượt:

$$\left\{ \begin{array}{l} u_M = \frac{A \cos\left(\omega \cdot 0 - \frac{2\pi x_M}{\lambda}\right)}{A \cos\left(\omega \cdot 0 - \frac{2\pi x_N}{\lambda}\right)} = \frac{\cos \frac{2\pi x_M}{\lambda}}{\cos \frac{2\pi x_N}{\lambda}} \\ u_N = \frac{A \cos\left(\omega \cdot 0 - \frac{2\pi x_N}{\lambda}\right)}{A \cos\left(\omega \cdot 0 - \frac{2\pi x_N}{\lambda}\right)} = \frac{\cos \frac{2\pi x_N}{\lambda}}{\cos \frac{2\pi x_N}{\lambda}} \\ v_M = \frac{-\omega A \sin\left(\omega \cdot 0 - \frac{2\pi x_M}{\lambda}\right)}{-\omega A \sin\left(\omega \cdot 0 - \frac{2\pi x_N}{\lambda}\right)} = \frac{\sin \frac{2\pi x_M}{\lambda}}{\sin \frac{2\pi x_N}{\lambda}} \\ v_N = \frac{-\omega A \sin\left(\omega \cdot 0 - \frac{2\pi x_N}{\lambda}\right)}{-\omega A \sin\left(\omega \cdot 0 - \frac{2\pi x_N}{\lambda}\right)} = \frac{\sin \frac{2\pi x_N}{\lambda}}{\sin \frac{2\pi x_N}{\lambda}} \end{array} \right.$$



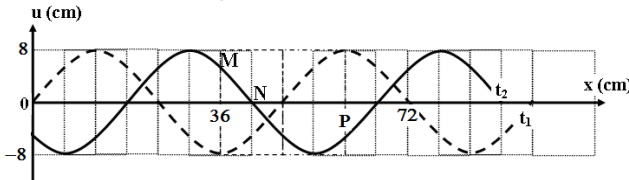
Trong đó có thể hiểu  $x_M$  và  $x_N$  là khoảng cách từ vị trí cân bằng của M và của N đến vị trí cân bằng của đỉnh sóng A gần nhất. Nếu gọi  $y_M$  và  $y_N$  là khoảng cách từ vị

trí cân bằng của M và N đến I thì:

$$\left\{ \begin{array}{l} u_M = \frac{\sin \frac{2\pi y_M}{\lambda}}{\sin \frac{2\pi y_N}{\lambda}} \\ u_N = \frac{\sin \frac{2\pi y_N}{\lambda}}{\sin \frac{2\pi y_N}{\lambda}} \\ v_M = \frac{\cos \frac{2\pi y_M}{\lambda}}{\cos \frac{2\pi y_N}{\lambda}} \\ v_N = \frac{\cos \frac{2\pi y_N}{\lambda}}{\cos \frac{2\pi y_N}{\lambda}} \end{array} \right.$$

Nếu điểm N trùng với I thì  $y_N = 0$  và  $v_N = v_{max}$  nên  $v_M = v_{max} \cos \frac{2\pi y_M}{\lambda}$ .

**Ví dụ minh họa 2:** Một sóng hình sin đang truyền trên một sợi dây theo chiều dương của trục Ox. Hình vẽ mô tả hình dạng của sợi dây tại thời điểm  $t_1$  (đường nét đứt) và  $t_2 = t_1 + 0,6$  (s) (đường liền nét).



Tại thời điểm  $t_2$ , vận tốc của điểm M và vận tốc của điểm P trên dây là bao nhiêu?

### Hướng dẫn

Từ hình vẽ ta thấy: Biên độ sóng  $A = 8$  cm. Từ 30 cm đến 60 cm có 6 ô nên chiều dài mỗi ô là  $(72 - 36)/6 = 6$  cm. Bước sóng bằng 8 ô nên  $\lambda = 8 \cdot 6 = 48$  cm. Trong thời gian 0,6 s sóng truyền đi được 3 ô theo phương ngang tương ứng quãng đường 18 cm nên tốc độ truyền sóng  $v = \frac{18}{0,6} = 30$  (cm / s).

Chu kì sóng và tần số góc:  $T = \lambda/v = 1,6$  s;  $\omega = 2\pi/T = 1,25\pi$  (rad/s).

Tại thời điểm  $t_2$ , điểm N qua vị trí cân bằng và nằm ở sườn trước nên nó đang đi lên với tốc độ cực đại, tức là vận tốc của nó dương và có độ lớn cực đại:  $v_{max} = \omega A = 1,25\pi \cdot 8 = 10\pi$  cm/s.

Điểm M thuộc sườn trước nên  $v_M > 0$  ( $MN = 6$  cm) và

$$v_M = v_{\max} \cos \frac{2\pi \cdot MN}{\lambda} = 10\pi \cdot \cos \frac{2\pi \cdot 6}{48} \approx 22,2 \text{ (cm / s)}.$$

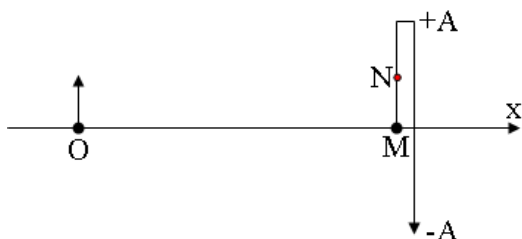
Điểm P thuộc sườn sau nên  $v_P < 0$  ( $NP = 18 \text{ cm}$ ) và

$$v_M = v_{\max} \cos \frac{2\pi \cdot MN}{\lambda} = 10\pi \cdot \cos \frac{2\pi \cdot 18}{48} \approx -22,2 \text{ (cm / s)}.$$

**Tình huống 7:** Khi gặp bài toán tìm thời điểm gần nhất để điểm M đến một vị trí nào đó thì làm thế nào?

**Giải pháp:**

Giả sử sóng ngang truyền dọc theo chiều Ox. Lúc  $t = 0$  sóng mới truyền đến O và làm cho điểm O bắt đầu đi lên.



Đến thời điểm  $t = OM/v$  sóng mới truyền đến M và làm cho M bắt đầu đi lên.

Đến thời điểm  $t = OM/v + T/4$  điểm M bắt đầu lên đến vị trí cao nhất.

Đến thời điểm  $t = OM/v + T/4 + T/2$  điểm M bắt đầu lên đến vị trí cao nhất.

$$\text{Thời điểm đầu tiên M lên đến N là } t = \frac{OM}{v} + \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{MN}{A}.$$

*Chú ý:*

1) Khoảng thời gian giữa  $n$  lần liên tiếp một chiếc phao nhô lên cao nhất:  $\Delta t = (n - 1)T$ .

Khoảng thời gian giữa  $n$  lần liên tiếp sóng đập vào bờ:  $\Delta t = (n - 1)T$ .

Khoảng cách giữa  $m$  đỉnh sóng liên tiếp:  $\Delta x = (m - 1)\lambda$ .

Nếu trong thời gian  $\Delta t$  sóng truyền được quãng đường  $\Delta S$  thì tốc độ truyền sóng:  $v = \Delta S / \Delta t$ .

2) Khoảng thời gian hai lần liên tiếp một điểm đi qua vị trí cân bằng là  $T/2$  nên khoảng thời gian  $n$  lần liên tiếp một điểm đi qua vị trí cân bằng là  $(n - 1)T/2$ .

Khoảng thời gian ngắn nhất một điểm đi từ vị trí cân bằng (tốc độ dao động cực đại) đến vị trí biên (tốc độ dao động bằng 0).

**Tình huống 8:** Khi gặp bài toán liên quan đến quãng đường dao động và quãng đường truyền sóng thì làm thế nào?

**Giải pháp:**

Trong quá trình truyền sóng, trạng thái dao động được truyền đi còn các phần tử vật chất dao động tại chỗ. Cần phân biệt quãng đường truyền sóng và quãng đường dao động:

$$\begin{cases} \text{Quãng đường dao động : } S = n.2A + S_{\text{thêm}} \Rightarrow \Delta t = n.T / 2 + t_{\text{thêm}} \\ \text{Quãng đường truyền sóng : } \Delta S = v.\Delta t = \frac{\lambda}{T} \Delta t = \lambda f \Delta t \end{cases}$$

**Tình huống 9:** Khi gặp bài toán liên quan đến tốc độ truyền sóng và tốc độ dao động cực đại thì làm thế nào?

**Giải pháp:**

Phân biệt tốc độ truyền sóng và tốc độ dao động cực đại:

$$\begin{cases} v_s = \frac{\lambda}{T} \\ v_{\max} = \omega A = \frac{2\pi}{T} A \end{cases} \Rightarrow \frac{v_{\max}}{v_s} = \frac{2\pi A}{\lambda}$$

**Tình huống 10:** Khi gặp bài toán quan sát sóng lan truyền bằng đèn nhấp nháy thì làm thế nào?

**Giải pháp:**

Sóng cơ lan truyền trên sợi dây dài với chu kì  $T = \frac{1}{f} = \frac{\lambda}{v} = \frac{2\pi}{\omega}$ . Người ta

chiếu sáng sợi dây bằng đèn nhấp nháy với chu kì  $T_c = \frac{\Delta t}{n}$  (trong thời gian  $\Delta t$  có  $n$  chớp sáng được phát ra) thì hiện tượng quan sát được như sau:

\*Nếu  $k = \frac{T_c}{T}$  là một số nguyên thì thấy sợi dây có dạng hình sin dường như không dao động.

\*Nếu  $k = \frac{T_c}{T}$  là một số không nguyên thì thấy sợi dây dao động chậm.

**Tình huống 11:** Khi gặp bài toán cơ bản liên quan đến các điểm trên cùng một phương truyền sóng dao động cùng pha, ngược pha, vuông pha thì làm thế nào?

**Giải pháp:**

Giả sử sóng truyền qua điểm M rồi mới đến điểm N cách nhau một khoảng  $d$  trên cùng một phương truyền sóng.

Nếu phương trình dao động tại M:  $u_M = a_M \cos(\omega t + \varphi)$  thì phương trình sóng

tại N sẽ là  $u_N = a_N \cos\left(\omega t + \varphi - \frac{2\pi d}{\lambda}\right)$ .

Dao động tại N trễ hơn dao động tại M là  $\Delta\varphi = \frac{2\pi d}{\lambda} = \frac{2\pi d}{vT} = \frac{2\pi df}{v} = \frac{\omega d}{v}$

Khi M, N dao động cùng pha  $\Delta\varphi = k2\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ), ta tính được  $\lambda, v, T, f$  theo  $k$ .

Khi M, N dao động ngược pha  $\Delta\varphi = (2k + 1)\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ), ta tính được  $\lambda, v, T, f$  theo  $k$ .

Khi M, N dao động vuông pha  $\Delta\varphi = (2k + 1)\frac{\pi}{2}$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ), ta tính được  $\lambda, v, T, f$  theo  $k$ .

---

Để xác định giá trị nguyên  $k$  ta phải căn cứ vào điều kiện ràng buộc:  
 $\lambda_1 \leq \lambda \leq \lambda_2; v_1 \leq v \leq v_2; T_1 \leq T \leq T_2; f_1 \leq f \leq f_2$

**Tình huống 12:** Khi gặp bài toán tìm số điểm dao động cùng pha, ngược pha, vuông pha với nguồn trên đoạn MN bất kì thì làm thế nào?

**Giải pháp:**

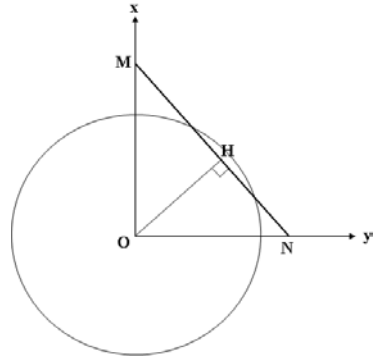
Để tìm số điểm dao động cùng pha, ngược pha, vuông pha với nguồn O trên đoạn MN ta có thể làm theo các cách sau:

**Cách 1:**

Từ O kẻ đường thẳng vuông góc với MN cắt MN tại H.

Vẽ các đường tròn tâm O, bán kính bằng  $k\lambda$  (nếu dao động cùng pha) hoặc bằng  $(2k + 1)\lambda/2$  (nếu dao động ngược pha) hoặc bằng  $(2k + 1)\lambda/4$  (nếu dao động vuông pha) đồng thời bán kính phải lớn hơn hoặc bằng OH. Số điểm cần tìm chính là số giao điểm của các đường tròn nói trên.

**Cách 2:** Ta chia MN thành hai đoạn MH và HN, tìm số điểm trên từng đoạn rồi cộng lại, dựa vào điều



kiện: 
$$\begin{cases} OH \leq d \leq OM \\ OH < d \leq ON \end{cases}$$

**Tình huống 13:** Khi gặp bài toán liên quan đến viết phương trình sóng thì làm thế nào?

**Giải pháp:**

Giả sử sóng truyền qua điểm M rồi mới đến điểm N cách nhau một khoảng  $d$  trên cùng một phương truyền sóng thì dao động tại N trễ hơn dao động tại M là

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi d}{\lambda} = \frac{2\pi d}{vT} = \frac{2\pi df}{v} = \frac{\omega d}{v}$$

Chú ý:

1) Nếu bài toán yêu cầu tìm li độ tại điểm M ở thời điểm  $t_0$  nào đó thì ta phải kiểm tra xem sóng đã truyền tới hay chưa. Nếu  $t_0 < d/v$  thì sóng chưa đến nên  $u_M = 0$ , ngược lại thì sóng đã truyền đến và ta viết phương trình li độ rồi thay  $t = t_0$ .

2) Nếu phương trình dao động tại nguồn  $u = A\cos(\omega t + \beta)$  thì phương trình sóng tại

M cách O một khoảng  $x$  là 
$$u = A\cos\left(\omega t + \beta - \frac{2\pi}{\lambda}x\right).$$

a) Vận tốc dao động của phần tử vật chất tại điểm M là đạo hàm của li độ theo  $t$ :

$$v = u_t' = -\omega A\sin\left(\omega t + \beta - \frac{2\pi}{\lambda}x\right)$$

b2) Hệ số góc của tiếp tuyến với đường sin tại điểm M là đạo hàm li độ theo  $x$ :

$$\tan \alpha = u_x' = \frac{2\pi}{\lambda} A\sin\left(\omega t + \beta - \frac{2\pi}{\lambda}x\right)$$



**Tình huống 14:** Khi gặp bài toán liên quan đến li độ, vận tốc tại cùng 1 điểm ở 2 thời điểm thì làm thế nào?

**Giải pháp:**

**Cách 1:** Viết phương trình li độ về dạng  $u = A \cos \omega t$  và  $v = u' = -\omega A \sin \omega t$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} u = A \cos \omega t_1 = u_1 \begin{cases} > 0 : \text{li độ dương} \\ < 0 : \text{li độ âm} \end{cases} \\ v = u' = -\omega A \sin \omega t_1 = v_1 \begin{cases} > 0 : \text{đang tăng} \\ < 0 : \text{đang giảm} \end{cases} \end{array} \right\} \Rightarrow \omega t_1 = \alpha$$

$$u_{(t_1+\Delta t)} = A \cos \omega(t_1 + \Delta t) = A \cos[\omega t_1 + \omega \Delta t] = ?$$

$$v_{(t_1+\Delta t)} = -\omega A \sin \omega(t_1 + \Delta t) = -\omega A \sin[\omega t_1 + \omega \Delta t] = ?$$

**Cách 2: Dùng vòng tròn lượng giác**

Xác định vị trí đầu trên vòng tròn (xác định  $\phi$ ) và chọn mốc thời gian ở trạng thái này.

Xác định pha dao động ở thời điểm tiếp theo  $\phi = \omega \Delta t + \phi$ .

Li độ và vận tốc dao động lúc này:  $u = A \cos \phi$  và  $v = -\omega A \sin \phi$ .

*Kinh nghiệm:* Bài toán cho  $x_1$  và xu hướng đang tăng ( $v_1 > 0$ ) hoặc đang giảm ( $v_1 < 0$ ) thì nên làm theo cách 2.

**Tình huống 15:** Khi gặp bài toán liên quan đến các thời điểm cùng pha, ngược pha, vuông pha thì làm thế nào?

**Giải pháp:**

1) Hai thời điểm cùng pha  $t_2 - t_1 = nT$  thì  $u_2 = u_1; v_2 = v_1$ .

2) Hai thời điểm ngược pha  $t_2 - t_1 = (2n+1)\frac{T}{2}$  thì  $u_2 = -u_1; v_2 = -v_1$ .

3) Hai thời điểm vuông pha  $t_2 - t_1 = (2n+1)\frac{T}{4}$  thì  $\begin{cases} u_1^2 + u_2^2 = A^2 \\ |v_2| = |\omega u_1|; |v_1| = |\omega u_2| \end{cases}$

Nếu  $n$  chẵn thì  $v_2 = -\omega u_1; v_1 = \omega u_2$

Nếu  $n$  lẻ thì  $v_2 = \omega u_1; v_1 = -\omega u_2$

**Tình huống 16:** Khi gặp bài toán liên quan đến li độ và vận tốc tại hai điểm và ở cùng một thời điểm và ở hai thời điểm thì làm thế nào?

**Giải pháp:**

\* Li độ ở cùng một thời điểm  $\begin{cases} u_M = a \cos \omega t \\ u_N = a \cos \left( \omega t - \frac{2\pi d}{\lambda} \right) \end{cases}$  (giả sử sóng truyền M đến N

và  $MN = d$ )

\* Vận tốc dao động ở cùng một thời điểm  $\begin{cases} v_M = u'_M = -\omega a \sin \omega t \\ v_N = u'_N = -\omega a \sin \left( \omega t - \frac{2\pi d}{\lambda} \right) \end{cases}$

\* Li độ và vận tốc dao động ở cùng 1 thời điểm

$$\begin{cases} u_M = a \cos \omega t \\ v_M = u'_M = -\omega a \sin \omega t \\ u_N = a \cos \left( \omega t - \frac{2\pi d}{\lambda} \right) \\ v_N = u'_N = -\omega a \sin \left( \omega t - \frac{2\pi d}{\lambda} \right) \end{cases}$$

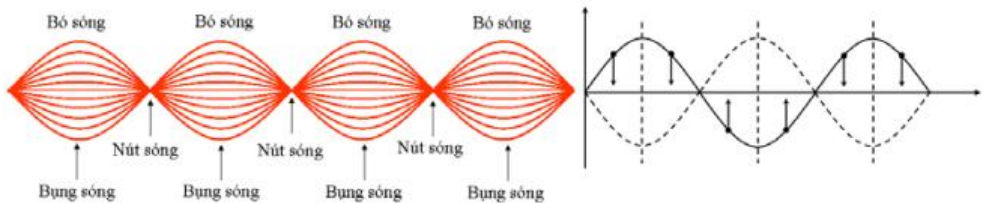
\* Li độ và vận tốc dao động ở 2 thời điểm

$$\begin{cases} u_M = a \cos \omega t \\ v_M = u'_M = -\omega a \sin \omega t \\ u_N = a \cos \left( \omega t' - \frac{2\pi d}{\lambda} \right) \\ v_N = u'_N = -\omega a \sin \left( \omega t' - \frac{2\pi d}{\lambda} \right) \end{cases}$$

## 2.2. SÓNG DỪNG

**Tình huống 1:** Khi gặp bài toán liên quan đến đặc điểm sóng dừng thì làm thế nào?

**Giải pháp:**

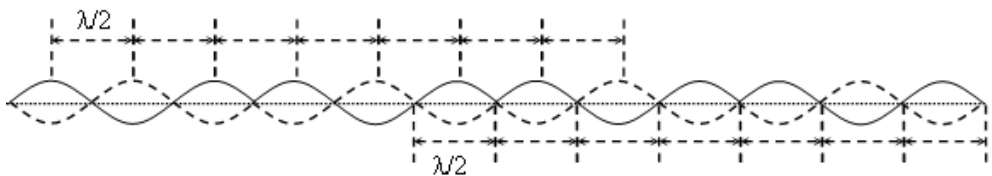


Các điểm nằm trên cùng một bó sóng thì dao động cùng pha.

Các điểm nằm trên hai bó sóng liền kề thì dao động ngược pha nhau.

Các điểm nằm trên bó cùng chẵn hoặc cùng lẻ dao động cùng pha, các điểm nằm trên bó lẻ thì dao động ngược pha với các điểm nằm trên bó chẵn.

\*Khoảng cách hai nút liên tiếp hoặc hai bụng liên tiếp là  $\lambda/2$ , khoảng cách từ một nút đến một bụng gần nhất là  $\lambda/4$ .



\*Nếu một đầu cố định, đầu còn lại cố định (hoặc dao động với biên độ nhỏ), để có sóng dừng trên dây thì hai đầu phải là hai nút:

$$l = k \frac{\lambda}{2} = k \frac{vT}{2} = k \frac{v}{2f} \begin{cases} \text{Số bụng} = k \\ \text{Số nút} = k + 1 \end{cases}$$

\*Nếu một đầu cố định, đầu còn lại tự do, để có sóng dừng trên dây thì đầu cố định phải là nút và đầu tự do là bụng:

$$l = (2k - 1) \frac{\lambda}{4} = (2k - 1) \frac{vT}{4} = (2k - 1) \frac{v}{4f} \begin{cases} \text{Số bụng} = k \\ \text{Số nút} = k \end{cases}$$

Nếu viết dưới dạng  $l = (2k + 1) \frac{\lambda}{4}$  thì  $\begin{cases} \text{Số bụng} = k + 1 \\ \text{Số nút} = k + 1 \end{cases}$

\*Khoảng cách từ nút thứ nhất đến nút thứ n:  $\Delta x = (n - 1) \frac{\lambda}{2}$

\*Khoảng cách từ nút thứ nhất đến bụng thứ n:  $\Delta x = (2n - 1) \frac{\lambda}{4}$

**Ví dụ minh họa 1:** Sóng dừng trên dây dài 1 m với vật cản cố định, tần số  $f = 80$  Hz. Tốc độ truyền sóng là 40 m/s. Cho các điểm  $M_1, M_2, M_3, M_4$  trên dây và lần lượt cách vật cản cố định là 20 cm, 30 cm, 70 cm, 75 cm. Điều nào sau đây mô tả **không** đúng trạng thái dao động của các điểm.

A.  $M_2$  và  $M_3$  dao động cùng pha.

B.  $M_4$  không dao động.

C.  $M_3$  và  $M_1$  dao động cùng pha.

D.  $M_1$  và  $M_2$  dao động ngược pha.

**Hướng dẫn**

Bước sóng  $\lambda = \frac{v}{f} = 0,5(m) = 50(cm) \Rightarrow \frac{\lambda}{2} = 25(cm)$

Điểm  $M_4$  là nút nên không dao động.

Điểm  $M_1$  nằm trên bó 1, điểm  $M_3$  nằm trên bó 3 nên chúng dao động cùng pha.

Điểm  $M_1$  và  $M_2$  nằm trên hai bó liền kề nên dao động ngược pha nhau.

Điểm  $M_2$  và  $M_3$  nằm trên hai bó liền kề nên dao động ngược pha nhau  $\Rightarrow$  Chọn A.

**Chú ý:**

1) Khoảng thời gian 2 lần liên tiếp sợi dây duỗi thẳng bằng khoảng thời gian 2 lần liên tiếp một điểm dao động trên dây đi qua vị trí cân bằng (tốc độ dao động cực đại) là  $T/2$ .

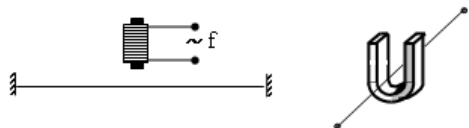
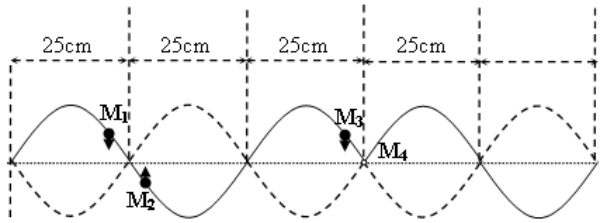
$\Rightarrow$  Khoảng thời gian n lần liên tiếp sợi dây duỗi thẳng là  $\Delta t = (n - 1)T/2$ .

2) Khoảng thời gian ngắn nhất một điểm dao động trên dây đi từ vị trí cân bằng (tốc độ dao động cực đại) đến vị trí biên (tốc độ dao động bằng 0) là  $T/4$ .

**Tình huống 2:** Khi gặp bài toán dùng nam châm điện hoặc nam châm vĩnh cửu để kích thích sóng dừng thì làm thế nào?

**Giải pháp:**

Nếu dùng nam châm điện mà dòng điện xoay chiều có tần số  $f_d$  để kích thích dao động của sợi dây thép thì trong một chu kì dòng điện nam châm hút mạnh



2 lần và không hút 2 lần nên nó kích thích dây dao động với tần số  $f = 2f_d$ . Còn nếu dùng nam châm vĩnh cửu thì  $f = f_d$ .

**Tình huống 3:** Khi gặp bài toán sóng dừng liên quan đến thay đổi của  $f$ ,  $v$ ,  $T$  thì làm thế nào?

**Giải pháp:**

Nếu cho biết  $f_1 \leq f \leq f_2$  hoặc  $v_1 \leq v \leq v_2$  thì dựa vào điều kiện sóng dừng để tìm  $f$  theo  $k$  hoặc  $v$  theo  $k$  rồi thay vào điều kiện giới hạn nói trên.

$$\begin{cases} \text{Hai đầu cố định: } l = k \frac{\lambda}{2} = k \frac{v}{2f} \\ \text{Một đầu cố định, một đầu tự do: } l = (2k-1) \frac{\lambda}{4} = (2k-1) \frac{v}{4f} \end{cases}$$

Chú ý:

1) Khi tất cả các điều kiện không thay đổi, chỉ thay đổi tần số thì số nút tăng thêm bao nhiêu thì số bụng cũng tăng thêm bấy nhiêu.

$$\begin{cases} \text{Hai đầu nút: } l = k \frac{v}{2f} \Rightarrow f = k \frac{v}{2l} \Rightarrow \Delta f = \Delta k \frac{v}{2l} \\ \text{Một đầu nút, một đầu bụng: } l = (2k-1) \frac{v}{4f} \Rightarrow f = (2k-1) \frac{v}{4l} \Rightarrow \Delta f = 2\Delta k \frac{v}{4l} \end{cases}$$

2) Có nhiều tần số có thể tạo ra sóng dừng, để tìm tần số nhỏ nhất và khoảng cách giữa các tần số đó, ta dựa vào điều kiện sóng dừng:

$$*\text{Hai đầu cố định: } l = k \frac{\lambda}{2} = k \frac{v}{2f} \Rightarrow f_k = k \cdot \frac{v}{2l} \Rightarrow \begin{cases} f_{\min} = \frac{v}{2l} \Rightarrow f_k = k f_{\min} \\ f_{k+1} - f_k = \frac{v}{2l} = f_{\min} \end{cases}$$

(Hiệu hai tần số liên kế bằng tần số nhỏ nhất)

\*Một đầu cố định, một đầu tự do:

$$l = (2n+1) \frac{\lambda}{4} = (2n+1) \frac{v}{4f} \Rightarrow f_n = (2n+1) \frac{v}{4l} \Rightarrow \begin{cases} f_{\min} = \frac{v}{4l} \Rightarrow f_n = (2n+1) f_{\min} \\ f_{n+1} - f_n = \frac{v}{2l} = 2f_{\min} \end{cases}$$

(Hiệu hai tần số liên kế gấp đôi tần số nhỏ nhất)

Kinh nghiệm:

1) Nếu có 2 tần số liên tiếp  $f_1$  và  $f_2$  mà tỉ số tần số của chúng là 2 số nguyên liên tiếp thì tần số nhỏ nhất vẫn tạo ra sóng dừng trên dây là  $f_{\min} = |f_1 - f_2|$ . Ở ví dụ trên:  $f_1/f_2 = 3/4$  nên  $f_{\min} = 120 - 90 = 30$  Hz.

2) Nếu có 2 tần số liên tiếp mà tỉ số tần số của chúng là 2 số nguyên lẻ liên tiếp thì tần số nhỏ nhất vẫn tạo ra sóng dừng trên dây là  $f_{\min} = 0,5|f_1 - f_2|$ .

**Tình huống 4:** Khi gặp bài toán thay đổi tần số nhỏ nhất để có sóng dừng thì phải làm thế nào?

**Giải pháp:**

1) Lúc đầu một đầu cố định một đầu tự do thì trên dây có sóng dừng với tần số  $f$ :

$$l = (2n - 1) \frac{\lambda}{4} = (2n - 1) \frac{v}{4f} \Rightarrow \frac{v}{2l} = \frac{2f}{(2n - 1)} \quad (\text{số nút} = \text{số bụng} = n).$$

\*Sau đó, giữ đầu cố định hai đầu thì trên dây có sóng dừng với tần số  $f'$ :

$$l = k \frac{\lambda}{2} = k \frac{v}{2f'} \Rightarrow f' = k \frac{v}{2l} = k \frac{2f}{(2n - 1)}$$

Tần số nhỏ nhất:  $f'_{\min} = \frac{2f}{(2n - 1)}$ .

$$\text{Độ thay đổi tần số: } \Delta f = |f' - f| = \left| k \frac{2f}{(2n - 1)} - f \right| = \left| \frac{2(k - n)f + f}{(2n - 1)} \right|.$$

Ta thấy khi  $k = n$  thì  $\Delta f_{\min} = \frac{f}{(2n - 1)}$ .

Đến đây ta rút ra công thức giải nhanh:  $\Delta f_{\min} = \frac{f}{(2n - 1)} = \frac{f'_{\min}}{2}$ . Từ công thức này ta

giải quyết các bài toán khó hơn.

2) Lúc đầu hai đầu cố định, trên dây có sóng dừng với tần số  $f$ :

$$l = k \frac{\lambda}{2} = k \frac{v}{2f} \Rightarrow \frac{v}{2l} = \frac{f}{k} \quad (\text{số nút} - 1 = \text{số bụng} = k).$$

\*Sau đó, một đầu cố định một đầu tự do, trên dây có sóng dừng với tần số  $f'$ :

$$l = (2k' - 1) \frac{\lambda}{4} = (2k' - 1) \frac{v}{4f'} \Rightarrow f' = (2k' - 1) \frac{v}{4l} = (2k' - 1) \frac{f}{2k}$$

Tần số nhỏ nhất:  $f'_{\min} = \frac{f}{2k}$ .

$$\text{Độ thay đổi tần số: } \Delta f = |f' - f| = \left| (2k' - 1) \frac{f}{2k} - f \right| = \left| \frac{2(k - n)f - f}{2k} \right|.$$

Ta thấy khi  $k' = k$  thì  $\Delta f_{\min} = \frac{f}{2k}$ .

**Tình huống 5:** Khi gặp bài toán tính số nút số bụng trên đoạn AB thì làm thế nào?

**Giải pháp:**

Để tính số nút và số bụng giữa hai điểm A và B (tính cả A và B) ta làm như sau:

\*Đầu A và B đều là nút thì số nút nhiều hơn số bụng là 1: 
$$\begin{cases} S_b = \frac{AB}{0,5\lambda} \\ S_n = S_b + 1 \end{cases}$$

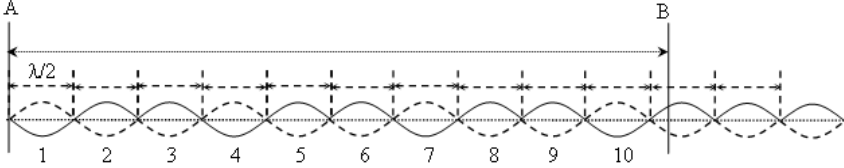
---

\*Đầu A và B đều là bụng thì số bụng nhiều hơn số nút là 1: 
$$\begin{cases} S_n = \frac{AB}{0,5\lambda} \\ S_b = S_n + 1 \end{cases}$$

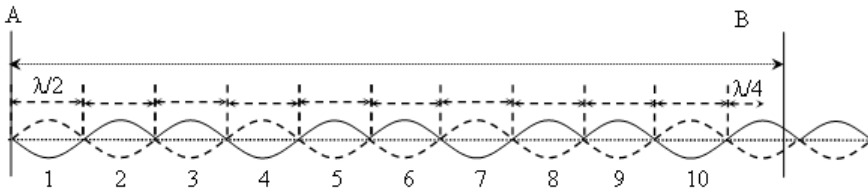
\*Đầu A nút và B bụng thì số bụng bằng số nút:  $S_b = S_n = \frac{AB}{0,5\lambda} + 0,5$

Chú ý:

1) Nếu đầu A là nút đầu còn lại chưa biết thì từ A ta chia ra thành các đoạn  $\lambda/2$  như sau:



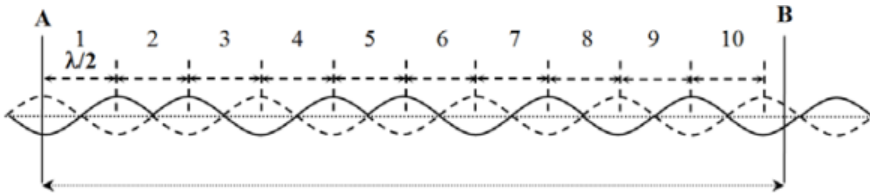
$$AB = k \frac{\lambda}{2} + \Delta x \Rightarrow \begin{cases} sb = k \\ sn = k + 1 \end{cases}$$



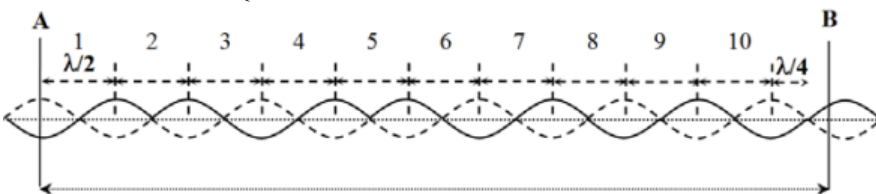
$$AB = k \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} + \Delta x \Rightarrow sb = sn = k + 1$$

**Quy trình giải nhanh:**  $\frac{AB}{0,5\lambda} = k, q \begin{cases} q < 5 \Rightarrow sn = k + 1; sb = k \\ q \geq 5 \Rightarrow sn = k + 1; sb = k + 1 \end{cases}$

2) Nếu đầu A là bụng đầu còn lại chưa biết thì từ A ta chia ra thành các đoạn  $\lambda/2$  như sau:



$$AB = k \frac{\lambda}{2} + \Delta x \Rightarrow \begin{cases} sn = k \\ sb = k + 1 \end{cases}$$



$$AB = k \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} + \Delta x \Rightarrow sb = sn = k + 1$$

**Quy trình giải nhanh:**  $\frac{AB}{0,5\lambda} = k, q \begin{cases} q < 5 \Rightarrow sn = k; sb = k + 1 \\ q \geq 5 \Rightarrow sn = k + 1; sb = k + 1 \end{cases}$

**Tình huống 6:** Khi gặp các bài toán cơ bản liên quan đến biểu thức sóng dừng thì làm thế nào?

**Giải pháp:**

Nếu chọn gốc tọa độ trùng với nút thì biểu thức sóng dừng có dạng:

$$u = 2a \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \cos \left( \frac{2\pi}{T} t + \frac{\pi}{2} \right) (cm) \Rightarrow A = \left| 2a \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \right| \Rightarrow \begin{cases} A_{bụng} = |2a| = A_{max} \\ A_{nút} = 0 \\ 0 \leq A \leq |2a| \end{cases} \quad (|x| \text{ là}$$

khoảng cách từ điểm khảo sát đến nút làm gốc).

Nếu chọn gốc tọa độ trùng với bụng thì biểu thức sóng dừng có dạng:

$$u = 2a \cos \frac{2\pi y}{\lambda} \cos \left( \frac{2\pi}{T} t + \frac{\pi}{2} \right) (cm) \Rightarrow A = \left| 2a \cos \frac{2\pi y}{\lambda} \right| \Rightarrow \begin{cases} A_{bụng} = |2a| = A_{max} \\ A_{nút} = 0 \\ 0 \leq A \leq |2a| \end{cases} \quad (|y|$$

là khoảng cách từ điểm khảo sát đến bụng làm gốc).

$$\Rightarrow \begin{cases} \lambda = ? \\ f = ? \end{cases} \Rightarrow v = \lambda f = \frac{\text{Hệ số của } t}{\text{Hệ số của } x}$$

Vận tốc dao động của phần tử M trên dây ( $u = 2a \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \cos \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right) (cm)$ ):

$$v_{dd} = u_t' = -2a\omega \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right) (cm/s)$$

Hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm M trên dây ( $u = 2a \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \cos \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right) (cm)$ ):

$$\tan \alpha = u_x' = 2a \frac{2\pi x}{\lambda} \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \cos \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right) (rad)$$

*Chú ý: Nếu một vài tham số trong biểu thức sóng dừng chưa biết thì ta đối chiếu với biểu thức tổng quát để xác định và  $v = \frac{\text{Hệ số của } t}{\text{Hệ số của } x}$ .*

**Tình huống 7:** Khi gặp bài toán tính biên độ dao động sóng dừng thì làm thế nào?

**Giải pháp:**

\*Nếu x là khoảng cách từ điểm M đến nút chọn làm gốc thì  $A = A_{max} \left| \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \right|$

\*Nếu  $y$  là khoảng cách từ điểm  $M$  đến bụng chọn làm gốc thì  $A = A_{\max} \left| \cos \frac{2\pi y}{\lambda} \right|$

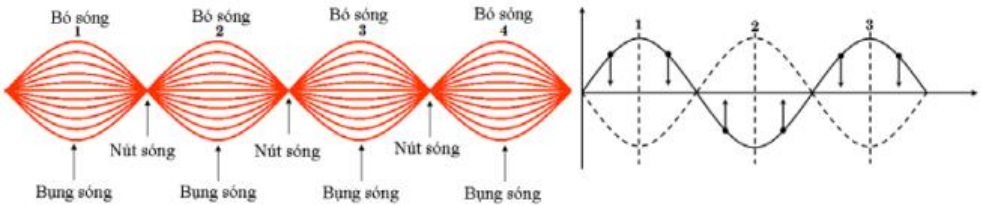
Với  $A_{\max}$  là biên độ tại bụng.

**Tình huống 8:** Khi gặp bài toán liên quan đến tỉ số li độ hoặc tỉ số vận tốc trong sóng dừng thì làm thế nào?

**Giải pháp:**

1) Nếu  $M$  và  $N$  nằm trên cùng một bó sóng (hoặc nằm trên các bó cùng chẵn hoặc cùng lẻ) thì dao động cùng pha nên tỉ số li độ bằng tỉ số vận tốc dao động và bằng tỉ số biên

độ tương ứng 
$$\frac{u_M}{u_N} = \frac{v_M}{v_N} = \frac{\sin \frac{2\pi x_M}{\lambda}}{\sin \frac{2\pi x_N}{\lambda}} = \frac{\cos \frac{2\pi y_M}{\lambda}}{\cos \frac{2\pi y_N}{\lambda}} = \frac{A_M}{A_N}$$



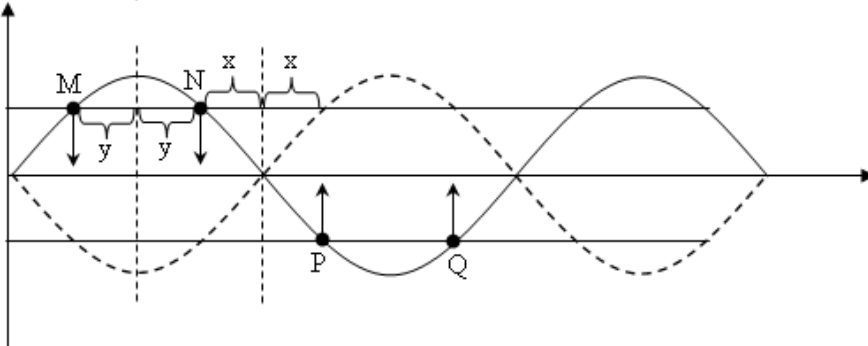
2) Nếu  $M$  và  $N$  nằm trên hai bó sóng liền kề (hoặc một điểm nằm bó chẵn một điểm nằm trên bó lẻ) thì dao động ngược pha nên tỉ số li độ bằng tỉ số vận tốc dao động và

bằng trừ tỉ số biên độ tương ứng 
$$\frac{u_M}{u_N} = \frac{v_M}{v_N} = \frac{\sin \frac{2\pi x_M}{\lambda}}{\sin \frac{2\pi x_N}{\lambda}} = \frac{\cos \frac{2\pi y_M}{\lambda}}{\cos \frac{2\pi y_N}{\lambda}} = -\frac{A_M}{A_N}$$

**Tình huống 9:** Khi gặp bài toán liên quan đến hai điểm liên tiếp có cùng biên độ thì làm thế nào?

**Giải pháp:**

Hai điểm liên tiếp có cùng biên độ  $A_0$  thì hoặc hai điểm này nằm hai bên nút hoặc nằm hai bên bụng.



\*Nếu hai điểm này nằm hai bên nút (ví dụ  $N$  và  $P$ ) thì chúng nằm trên hai bó sóng liền kề (hai điểm này dao động ngược pha nhau) và những điểm nằm giữa chúng có biên độ

nhỏ hơn  $A_0$  (xem hình vẽ). Ta có:  $A_0 = A_{\max} \sin \frac{2\pi x}{\lambda}$  (với  $x = NP/2$ ).



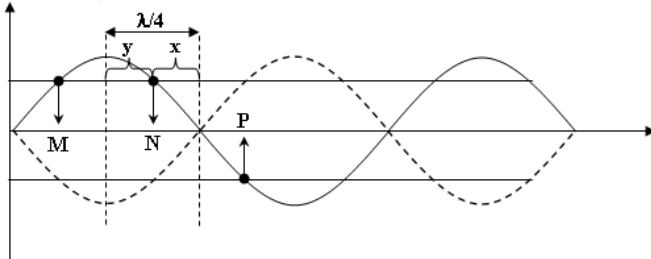
\*Nếu hai điểm này nằm hai bên bụng (ví dụ M và N) thì chúng nằm trên một bó sóng (hai điểm này dao động cùng pha) và những điểm nằm giữa chúng có biên độ lớn hơn

$A_0$  (xem hình vẽ). Ta có:  $A_0 = A_{\max} \cos \frac{2\pi y}{\lambda}$  (với  $y = MN/2$ ).

**Tình huống 9:** Khi gặp bài toán liên quan đến ba điểm liên tiếp có cùng biên độ thì làm thế nào?

**Giải pháp:**

Nếu có ba điểm liên tiếp có cùng biên độ thì trong đó phải có 2 điểm (ví dụ M và N) nằm trên cùng 1 bó (dao động cùng pha) và điểm còn lại (ví dụ P) nằm trên bó liền kề (dao động ngược pha với hai điểm nói trên). Ta có  $x = NP/2$  và  $y = MN/2$ . Hơn nữa  $x + y = \lambda/4$  nên  $\lambda = 2(MN + NP)$ .

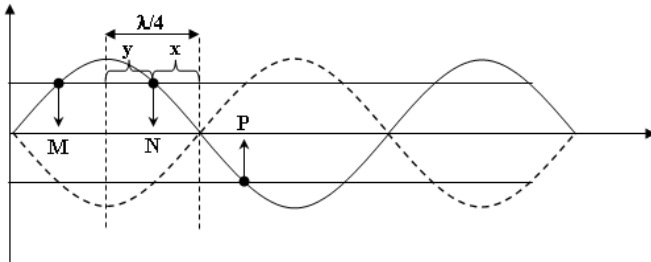


**Tình huống 10:** Khi gặp bài toán liên quan đến các điểm trên dây có cùng biên độ  $A_0$  và nằm cách đều nhau thì làm thế nào?

**Giải pháp:**

Nếu các điểm trên dây có cùng biên độ  $A_0$  và nằm cách đều nhau những khoảng  $\Delta x$

$$\text{thì } \Delta x = MN = NP \Rightarrow \begin{cases} x = y = \frac{\lambda}{8} \Rightarrow \Delta x = \frac{\lambda}{4} \\ A_0 = A_{\max} \sin \frac{2\pi \lambda}{\lambda \cdot 8} = \frac{A_{\max}}{\sqrt{2}} \end{cases}$$



**Tình huống 11:** Khi gặp bài toán liên quan đến điểm gần nút nhất hoặc gần bụng nhất có biên độ  $A_0$  thì làm thế nào?

**Giải pháp:**

Điểm có biên độ  $A_0$  nằm cách nút gần nhất một đoạn  $x_{\min}$  và cách bụng gần

nhất một đoạn  $y_{\min}$  thì  $A_0 = A_{\max} \sin \frac{2\pi x_{\min}}{\lambda} = A_{\max} \cos \frac{2\pi y_{\min}}{\lambda}$ .

**Tình huống 12:** Khi gặp bài toán tìm khoảng cách ngắn nhất giữa hai điểm có biên độ  $A_0$  thì làm thế nào?

**Giải pháp:**

Hai điểm liên tiếp M và N có cùng biên độ  $A_0$  thì hoặc hai điểm này nằm hai bên nút ( $A_0 = A_{\max} \sin \frac{2\pi x}{\lambda}$ ) hoặc nằm hai bên bụng ( $A_0 = A_{\max} \cos \frac{2\pi y}{\lambda}$ ). Để tìm khoảng cách ngắn nhất ( $\Delta x_{\min}$ ) giữa hai điểm ta cần giải các phương trình  $A_0 = A_{\max} \sin \frac{2\pi x}{\lambda}$ ,

$A_0 = A_{\max} \cos \frac{2\pi y}{\lambda}$  và  $\Delta x_{\min} = \min(x, y)$ .

Để làm nhanh ta để ý các trường hợp sau:

\*Nếu  $A_0 = \frac{A_{\max}}{\sqrt{2}} \Rightarrow x = y = \frac{\lambda}{8} \Rightarrow \Delta x_{\min} = 2x = 2y = \frac{\lambda}{4}$ .

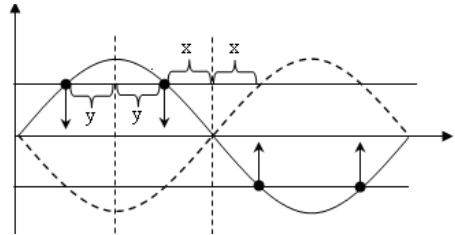
\*Nếu

$A_0 > \frac{A_{\max}}{\sqrt{2}} \Rightarrow x > y \Rightarrow \Delta x_{\min} = 2y < \frac{\lambda}{4}$  (giải

phương trình cos).

\*Nếu  $A_0 < \frac{A_{\max}}{\sqrt{2}} \Rightarrow x < y \Rightarrow \Delta x_{\min} = 2x < \frac{\lambda}{4}$

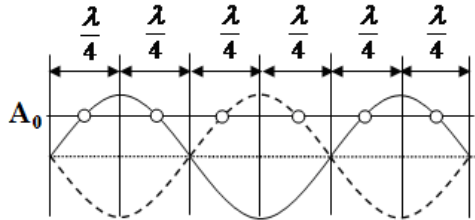
(giải phương trình sin).



**Tình huống 13:** Khi gặp bài toán tìm số điểm dao động với biên độ  $A_0 < A_{\max}$  thì làm thế nào?

**Giải pháp:**

Nếu đầu A là nút hoặc bụng mà  $AB = n\lambda/4$  thì số điểm trên AB dao động với biên độ  $A_0 < A_{\max}$  đúng bằng n (cứ mỗi  $\lambda/4$  đường thẳng có tung độ  $A_0$  và song song với trục hoành cắt đồ thị tại 1 điểm).



*Chú ý:* Nếu đầu A là nút hoặc bụng mà  $AB = n\frac{\lambda}{4} + \Delta x$  thì số điểm dao động

với biên độ trung gian  $A_0$  sẽ là n hoặc n + 1.

**Tình huống 14:** Khi gặp bài toán liên quan đến khoảng thời gian ngắn nhất li độ của điểm bụng thì làm thế nào?

**Giải pháp:**

Giả sử A là nút, B là bụng gần A nhất và C là điểm trung gian nằm trong khoảng giữa A và B ( $AC = \lambda/n$  và  $CB = \lambda/m$ ).

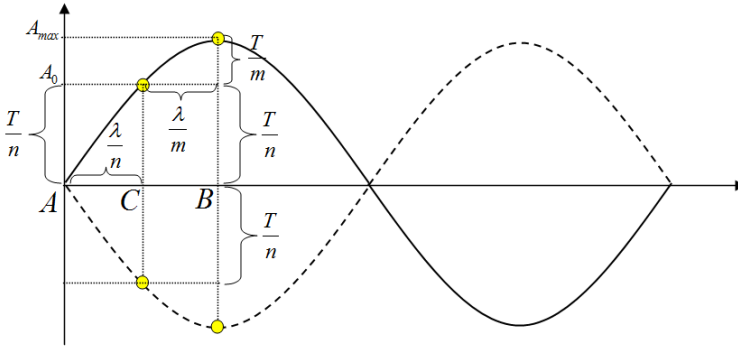
1) Khoảng thời gian hai lần liên tiếp để độ lớn li độ của điểm B bằng biên độ của điểm C là  $2T/m$  hoặc  $2T/n$ .

Nếu  $AC = CB$  thì  $2T/n = 2T/m = T/4$ .

Nếu  $AC > CB$  thì  $2T/n > T/4 > 2T/m$ .

Nếu  $AC < CB$  thì  $2T/n < T/4 < 2T/m$ .

2) B và C chỉ cùng biên độ khi chúng qua vị trí cân bằng. Do đó, khoảng thời gian hai lần liên tiếp để B và C có cùng li độ chính là khoảng thời gian hai lần liên tiếp đi qua vị trí cân bằng và bằng  $T/2$ .



### 3.3. GIAO THOA SÓNG CƠ HỌC

**Tình huống 1:** Khi gặp bài toán liên quan đến điều kiện cực đại cực tiểu thì làm thế nào?

**Giải pháp:**

Cực đại là nơi các sóng kết hợp tăng cường lẫn nhau (hai sóng kết hợp cùng pha):  $\Delta\phi = k.2\pi$ .

Cực tiểu là nơi các sóng kết hợp triệt tiêu lẫn nhau (hai sóng kết hợp ngược pha):  $\Delta\phi = (2k + 1)\pi$ .

\*Hai nguồn kết hợp cùng pha (hai nguồn đồng bộ)

$$\begin{cases} u_1 = a_1 \cos \omega t \Rightarrow u_{1M} = a_{1M} \cos \left( \omega t - \frac{2\pi d_1}{\lambda} \right) \\ u_2 = a_2 \cos \omega t \Rightarrow u_{2M} = a_{2M} \cos \left( \omega t - \frac{2\pi d_2}{\lambda} \right) \end{cases}$$

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d_2) = \begin{cases} k2\pi : \text{cực đại} \Rightarrow d_1 - d_2 = k\lambda \\ (2m+1)\pi : \text{cực tiểu} \Rightarrow d_1 - d_2 = (m+0,5)\lambda \end{cases}$$

Trong trường hợp hai nguồn kết hợp cùng pha, tại M là cực đại khi hiệu đường đi bằng một số nguyên lần bước sóng và cực tiểu khi hiệu đường đi bằng một số bán nguyên lần bước sóng. Đường trung trực của AB là cực đại.

\*Hai nguồn kết hợp ngược pha

$$\begin{cases} u_1 = a_1 \cos \omega t \Rightarrow u_{1M} = a_{1M} \cos \left( \omega t - \frac{2\pi d_1}{\lambda} \right) \\ u_2 = a_2 \cos(\omega t + \pi) \Rightarrow u_{2M} = a_{2M} \cos \left( \omega t + \pi - \frac{2\pi d_2}{\lambda} \right) \end{cases}$$

$$\Delta\phi = \pi + \frac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d_2) = \begin{cases} k2\pi : \text{cực đại} \Rightarrow d_1 - d_2 = (k - 0,5)\lambda \\ (2m+1)\pi : \text{cực tiểu} \Rightarrow d_1 - d_2 = m\lambda \end{cases}$$

Trong trường hợp hai nguồn kết hợp cùng pha, tại M là cực đại khi hiệu đường đi bằng một số bán nguyên lần bước sóng và cực tiểu khi hiệu đường đi bằng một số nguyên lần bước sóng. Đường trung trực của AB là cực tiểu.

\*Hai nguồn kết hợp bất kì

$$\begin{cases} u_1 = a_1 \cos(\omega t + \alpha_1) \Rightarrow u_{1M} = a_{1M} \cos\left(\omega t + \alpha_1 - \frac{2\pi d_1}{\lambda}\right) \\ u_2 = a_2 \cos(\omega t + \alpha_2) \Rightarrow u_{2M} = a_{2M} \cos\left(\omega t + \alpha_2 - \frac{2\pi d_2}{\lambda}\right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta\varphi = (\alpha_2 - \alpha_1) + \frac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d_2)$$

$$\Delta\varphi = \begin{cases} k2\pi : \text{cực đại} \Rightarrow d_1 - d_2 = k\lambda + \frac{(\alpha_1 - \alpha_2)}{2\pi} \\ (2m+1)\pi : \text{cực tiểu} \Rightarrow d_1 - d_2 = (m+0,5)\lambda + \frac{(\alpha_1 - \alpha_2)}{2\pi} \end{cases}$$

Đường trung trực của AB không phải là cực đại hoặc cực tiểu. Cực đại giữa ( $\Delta\varphi = 0$ ) dịch về phía nguồn trễ pha hơn.

*Chú ý: Nếu cho biết điểm M thuộc cực đại thì  $\Delta\varphi = k.2\pi$ , thuộc cực tiểu thì  $\Delta\varphi = (2k+1)\pi$ . Từ đó ta tìm được  $(d_1 - d_2)$ ,  $(\alpha_2 - \alpha_1)$  theo k hoặc m.*

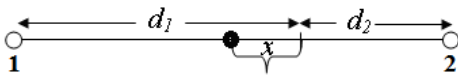
**Tình huống 2.** Khi gặp bài toán liên quan đến cực đại cực tiểu gần đường trung trực nhất thì làm thế nào?

**Giải pháp:**

Khi hai nguồn kết hợp cùng pha, đường trung trực là cực đại giữa ( $\Delta\varphi = 0$ ). Khi hai nguồn kết hợp lệch pha thì cực đại giữa lệch về phía nguồn trễ pha hơn.

\*Để tìm cực đại gần đường trung trực nhất cho

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d_2) + (\alpha_2 - \alpha_1) = \frac{2\pi}{\lambda}.2x + (\alpha_2 - \alpha_1) = 0 \Rightarrow x = \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{4\pi} \lambda$$



$$\boxed{d_1 - d_2 = 2x}$$

\*Để tìm cực tiểu gần đường trung trực nhất:

$$\text{nếu } \alpha_2 - \alpha_1 > 0 \text{ thì cho } \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \underbrace{(d_1 - d_2)}_{2x} + (\alpha_2 - \alpha_1) = \pi \Rightarrow x = \frac{\alpha_1 - \alpha_2 + \pi}{4\pi} \cdot \lambda$$

$$\text{nếu } \alpha_2 - \alpha_1 < 0 \text{ thì cho } \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \underbrace{(d_1 - d_2)}_{2x} + (\alpha_2 - \alpha_1) = -\pi \Rightarrow x = \frac{\alpha_1 - \alpha_2 - \pi}{4\pi} \cdot \lambda$$

Vì trên AB khoảng cách ngắn nhất giữa một cực đại và một cực tiểu là  $\lambda/4$  (xem thêm dạng 2) nên  $-\lambda/4 \leq x \leq \lambda/4$ !

*Chú ý: Sau khi nhuần nhuyễn, chúng ta có thể rút ra quy trình giải nhanh:*

$$\text{Từ } \Delta\varphi = (\alpha_2 - \alpha_1) + \frac{2\pi}{\lambda} \cdot 2x = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{(\alpha_1 - \alpha_2) \frac{\lambda}{4\pi}}{\left\{ \begin{array}{l} x > 0 \Rightarrow d_1 > d_2 : \text{Nằm về phía nguồn 2} \\ x < 0 \Rightarrow d_1 < d_2 : \text{Nằm về phía nguồn 1} \end{array} \right.$$

Từ đây ta hiểu rõ tại sao cực đại giữa dịch về phía nguồn trễ pha hơn!

Bình luận: Nếu chọn  $\Delta\varphi = \pi$  thì  $x = \frac{5\lambda}{16} > \frac{3\lambda}{16}$ . Vậy để tìm cực tiểu nằm gần đường

trung trục nhất khi nào lấy  $-\pi$  và khi nào lấy  $+\pi$ ?

Nếu  $-\pi < (\alpha_2 - \alpha_1) < 0$  ( $(\alpha_2 - \alpha_1)$  có giá trị gần  $-\pi$  hơn) thì chọn  $\Delta\varphi = -\pi$  (Đây là cực tiểu nằm gần đường trung trục nhất).

Nếu  $0 < (\alpha_2 - \alpha_1) < \pi$  ( $(\alpha_2 - \alpha_1)$  có giá trị gần  $+\pi$  hơn) thì chọn  $\Delta\varphi = +\pi$  (Đây là cực tiểu nằm gần đường trung trục nhất).

Chú ý: Vị trí cực đại giữa:  $\Delta\varphi = (\alpha_2 - \alpha_1) + \frac{2\pi}{\lambda} \cdot 2x = 0$ . Nếu toàn bộ hệ vân dịch chuyển về phía A một đoạn  $b$  thì  $x = -b$ , còn dịch về phía B một đoạn  $b$  thì  $x = +b$ .

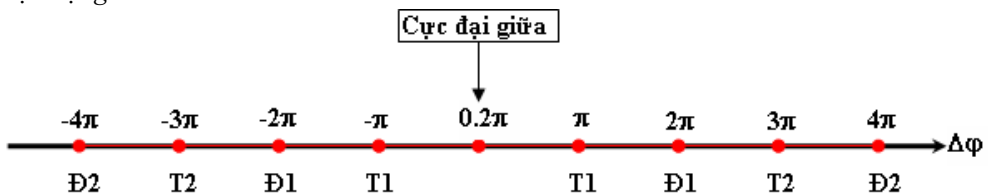
**Tình huống 3:** Muốn kiểm tra tại M là cực đại hay cực tiểu thì làm thế nào?

**Giải pháp :**

Giả sử pha ban đầu của nguồn 1 và nguồn 2 lần lượt là  $\alpha_1$  và  $\alpha_2$ . Ta căn cứ vào độ lệch pha hai sóng thành phần  $\Delta\varphi = (\alpha_2 - \alpha_1) + \frac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d_2)$ . Thay hiệu đường

$$\text{đi vào công thức trên } \begin{cases} \Delta\varphi \equiv k2\pi \Rightarrow \text{cực đại} \\ \Delta\varphi \equiv (2m-1)\pi \Rightarrow \text{cực tiểu} \end{cases}$$

Chú ý: Để xác định vị trí các cực đại cực tiểu ta đối chiếu vị trí của nó so với cực đại giữa.



**Thứ tự các cực đại:**  $\Delta\varphi = 0.2\pi, \pm 1.2\pi, \pm 2.2\pi, \pm 3.2\pi, \dots$  lần lượt là cực đại giữa, cực đại bậc 1, cực đại bậc 2, cực đại bậc 3,...

**Thứ tự các cực tiểu:**  $\Delta\varphi = \pm\pi, \pm 3\pi, \pm 5\pi, \dots$  lần lượt là cực tiểu thứ 1, cực tiểu thứ 2, cực tiểu thứ 3,...

Chú ý: Ta rút ra quy trình giải nhanh như sau:

\*Hai nguồn kết hợp cùng pha thì thứ tự các cực đại cực tiểu xác định như sau:

$$d_1 - d_2 = \underbrace{0\lambda}_{\text{đường trung trục}} ; \underbrace{\pm 0,5\lambda}_{\text{cực tiểu 1}} ; \underbrace{\pm \lambda}_{\text{cực đại 1}} ; \underbrace{\pm 1,5\lambda}_{\text{cực tiểu 2}} ; \underbrace{\pm 2\lambda}_{\text{cực đại 2}} ; \underbrace{\pm 2,5\lambda}_{\text{cực tiểu 3}} ; \dots$$

\*Hai nguồn kết hợp ngược pha thì thứ tự các cực đại cực tiểu xác định như sau:

$$d_1 - d_2 = \underbrace{0\lambda}_{\text{đường trung trực}}; \underbrace{\pm 0,5\lambda}_{\text{cực đại 1}}; \underbrace{\pm \lambda}_{\text{cực tiểu 1}}; \underbrace{\pm 1,5\lambda}_{\text{cực đại 2}}; \underbrace{\pm 2\lambda}_{\text{cực tiểu 2}}; \underbrace{\pm 2,5\lambda}_{\text{cực đại 3}}; \dots$$

**Tình huống 4:** Khi gặp bài toán liên quan đến khoảng cách giữa cực đại, cực tiểu trên đường nối hai nguồn thì làm thế nào?

**Giải pháp:**

Trên AB cực đại ứng với bụng sóng, cực tiểu ứng với nút sóng dừng

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{khoảng cách hai cực đại (cực tiểu) liên tiếp là } \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \text{bất kì } k \frac{\lambda}{2} \\ \text{khoảng cách cực đại đến cực tiểu gần nhất là } \frac{\lambda}{4} \Rightarrow \text{bất kì } (2k-1) \frac{\lambda}{4} \end{cases}$$

Chú ý:

1) Khi hiệu đường đi thay đổi nửa bước sóng (tương ứng độ lệch pha thay đổi một góc  $\pi$ ) thì một điểm từ cực đại chuyển sang cực tiểu và ngược lại.

2) Nếu trong khoảng giữa A và B có n dãy cực đại thì nó sẽ cắt AB thành  $n + 1$ , trong đó có  $n - 1$  đoạn ở giữa bằng nhau và đều bằng  $\lambda/2$ . Gọi x, y là chiều dài hai đoạn gần

2 nguồn. Ta có:  $AB = x + (n-1) \frac{\lambda}{2} + y \Rightarrow \lambda = ?$

**Tình huống 5:** Khi gặp bài toán tìm số cực đại, cực tiểu giữa hai điểm thì làm thế nào?

**Giải pháp:**

Từ điều kiện cực đại, cực tiểu tìm ra  $d_1 - d_2$  theo k hoặc m.

Từ điều kiện giới hạn của  $d_1 - d_2$  tìm ra số giá trị nguyên của k hoặc m. Đó chính là số cực đại, cực tiểu.

**a) Điều kiện cực đại cực tiểu đối với trường hợp hai nguồn kết hợp cùng pha, hai nguồn kết hợp ngược pha và hai nguồn kết hợp bất kì lần lượt là:**

$$\begin{cases} \text{cực đại : } d_1 - d_2 = k\lambda \\ \text{cực tiểu : } d_1 - d_2 = (m+0,5)\lambda \end{cases} \quad \begin{cases} \text{cực đại : } d_1 - d_2 = (k-0,5)\lambda \\ \text{cực tiểu : } d_1 - d_2 = m\lambda \end{cases} \quad \text{và}$$

$$\begin{cases} \text{Cực đại : } \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d_2) + (\alpha_2 - \alpha_1) = k \cdot 2\pi \\ \Rightarrow d_1 - d_2 = k\lambda + \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2\pi} \lambda \\ \text{Cực tiểu : } \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d_2) + (\alpha_2 - \alpha_1) = (2m-1)\pi \\ \Rightarrow d_1 - d_2 = (m-0,5)\lambda + \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2\pi} \lambda \end{cases}$$

*Kinh nghiệm:* Với trường hợp hai nguồn kết hợp cùng pha hoặc ngược pha, để đánh giá cực đại, cực tiểu ta căn cứ vào hiệu đường đi bằng một số nguyên lần  $\lambda$  hay một số bán nguyên lần  $\lambda$ ; còn đối với hai nguồn kết hợp bất kì thì căn cứ vào độ lệch pha bằng một số nguyên lần  $2\pi$  hay một số bán nguyên của  $2\pi$  (số lẻ  $\pi$ ).

**b) Điều kiện giới hạn**

Thuộc AB:  $-AB < d_1 - d_2 < AB$

Thuộc MN (M và N nằm cùng phía với AB):  $MA - MB \leq d_1 - d_2 \leq NA - NB$

(Nếu M hoặc N trùng với các nguồn thì “tránh” các nguồn không lấy dấu “=”).

♣ **Số cực đại, cực tiểu trên khoảng (hoặc đoạn) AB**

Hai nguồn kết hợp cùng pha:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Số cực đại: } -AB < k\lambda < AB \Rightarrow -\frac{AB}{\lambda} < k < \frac{AB}{\lambda} \\ \text{Số cực tiểu: } -AB < (m-0,5)\lambda < AB \Rightarrow -\frac{AB}{\lambda} < m-0,5 < \frac{AB}{\lambda} \end{array} \right.$$

Hai nguồn kết hợp ngược pha:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Số cực đại: } -AB < (k-0,5)\lambda < AB \Rightarrow -\frac{AB}{\lambda} < k-0,5 < \frac{AB}{\lambda} \\ \text{Số cực tiểu: } -AB < m\lambda < AB \Rightarrow -\frac{AB}{\lambda} < m < \frac{AB}{\lambda} \end{array} \right.$$

Hai nguồn kết hợp bất kì:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Số cực đại: } -AB < k\lambda + \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2\pi} \lambda < AB \Rightarrow -\frac{AB}{\lambda} < k + \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2\pi} < \frac{AB}{\lambda} \\ \text{Số cực tiểu: } -AB < (m-0,5)\lambda + \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2\pi} \lambda < AB \Rightarrow -\frac{AB}{\lambda} < (m-0,5) + \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2\pi} < \frac{AB}{\lambda} \end{array} \right.$$

♣ **Số cực đại, cực tiểu trên đoạn MN**

Hai nguồn kết hợp cùng pha:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Số cực đại: } MA - MB < k\lambda < NA - NB \Rightarrow \frac{MA - MB}{\lambda} < k < \frac{NA - NB}{\lambda} \\ \text{Số cực tiểu: } MA - MB < (m-0,5)\lambda < NA - NB \Rightarrow \frac{MA - MB}{\lambda} < m-0,5 < \frac{NA - NB}{\lambda} \end{array} \right.$$

Hai nguồn kết hợp ngược pha:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Số cực đại: } MA - MB < (k-0,5)\lambda < NA - NB \Rightarrow -\frac{AB}{\lambda} < k-0,5 < \frac{NA - NB}{\lambda} \\ \text{Số cực tiểu: } MA - MB < m\lambda < NA - NB \Rightarrow -\frac{AB}{\lambda} < m < \frac{NA - NB}{\lambda} \end{array} \right.$$

Hai nguồn kết hợp bất kì:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Số cực đại: } -\frac{MA - MB}{\lambda} < k + \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2\pi} < \frac{NA - NB}{\lambda} \\ \text{Số cực tiểu: } -\frac{MA - MB}{\lambda} < (m-0,5) + \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2\pi} < \frac{NA - NB}{\lambda} \end{array} \right.$$

Chú ý:

1) Một số học sinh áp dụng công thức giải nhanh cho trường hợp hai nguồn kết hợp

cùng pha: 
$$\left\{ \begin{array}{l} N_{cd} = 2 \left[ \frac{AB}{\lambda} \right] + 1 \\ N_{ct} = 2 \left[ \frac{AB}{\lambda} + \frac{1}{2} \right] \end{array} \right. \text{ thì được kết quả } N_{cd} = 5 \text{ và } N_{ct} = 6! \text{ Công thức này sai}$$

ở đâu? Vì cực đại, cực tiểu không thể có tại A và B nên khi tính ta phải “tránh nguồn”. Do đó, công thức tính  $N_{cd}$  chỉ đúng khi  $AB/\lambda$  là số không nguyên (nếu nguyên thì số

cực đại phải trừ bớt đi 2) và công thức công thức tính  $N_{ct}$  chỉ đúng khi  $(AB/\lambda + 1/2)$  là số không nguyên (nếu nguyên thì số cực tiểu phải trừ bớt đi 2).

2) Để có công thức giải nhanh ta phải cải tiến như sau:

$$\text{Phân tích } AB/\lambda = n + \Delta n \text{ (với } 0 < \Delta n \leq 1) \left\{ \begin{array}{l} N_{cd} = 2n + 1 \\ N_{ct} = \begin{cases} 2n & \text{nếu } 0 < \Delta n \leq 0,5 \\ 2n + 2 & \text{nếu } 0,5 < \Delta n \leq 1 \end{cases} \end{array} \right.$$

3) Một số học sinh áp dụng công thức giải nhanh cho trường hợp hai nguồn kết hợp

$$\text{ngược pha: } \left\{ \begin{array}{l} N_{ct} = 2 \left[ \frac{AB}{\lambda} \right] + 1 \\ N_{cd} = 2 \left[ \frac{AB}{\lambda} + \frac{1}{2} \right] \end{array} \right. \text{ thì được kết quả } N_{ct} = 11 \text{ và } N_{cd} = 10! \text{ Công thức này}$$

sai ở đâu? Vì cực đại, cực tiểu không thể có tại A và B nên khi tính ta phải “tránh nguồn”. Do đó, công thức tính  $N_{ct}$  chỉ đúng khi  $AB/\lambda$  là số không nguyên (nếu nguyên thì số cực tiểu phải trừ bớt đi 2) và công thức công thức tính  $N_{cd}$  chỉ đúng khi  $(AB/\lambda + 1/2)$  là số không nguyên (nếu nguyên thì số cực đại phải trừ bớt đi 2).

4) Để có công thức giải nhanh ta phải cải tiến như sau:

$$\text{Phân tích } AB/\lambda = n + \Delta n \text{ (với } 0 < \Delta n \leq 1) \left\{ \begin{array}{l} N_{ct} = 2n + 1 \\ N_{cd} = \begin{cases} 2n & \text{nếu } 0 < \Delta n \leq 0,5 \\ 2n + 2 & \text{nếu } 0,5 < \Delta n \leq 1 \end{cases} \end{array} \right.$$

#### CÔNG THỨC TÌM NHANH SỐ CỰC ĐẠI CỰC TIỂU

$$\text{Nguồn KH cùng pha: } \frac{AB}{\lambda} = n + \Delta n \left\{ \begin{array}{l} \text{Số cực đại: } n_{cd} = 2n + 1 \\ \text{Số cực tiểu: } \begin{cases} n_{cd} - 1 & \text{nếu } 0 < \Delta n \leq 0,5 \\ n_{cd} + 1 & \text{nếu } 0,5 < \Delta n \leq 1 \end{cases} \end{array} \right.$$

$$\text{Nguồn KH ngược pha: } \frac{AB}{\lambda} = n + \Delta n \left\{ \begin{array}{l} \text{Số cực tiểu: } n_{ct} = 2n + 1 \\ \text{Số cực đại: } \begin{cases} n_{ct} - 1 & \text{nếu } 0 < \Delta n \leq 0,5 \\ n_{ct} + 1 & \text{nếu } 0,5 < \Delta n \leq 1 \end{cases} \end{array} \right.$$

Quy trình giải nhanh bài toán tổng quát:

$$\left\{ \begin{array}{l} k_A = \frac{\Delta\varphi_A}{2\pi} = \frac{(d_{1A} - d_{2A})}{\lambda} + \frac{(\alpha_2 - \alpha_1)}{2\pi} \\ k_B = \frac{\Delta\varphi_B}{2\pi} = \frac{(d_{1B} - d_{2B})}{\lambda} + \frac{(\alpha_2 - \alpha_1)}{2\pi} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \text{Số cực đại: } k_A < k < k_B \\ \text{Số cực tiểu: } k_A < m - 0,5 < k_B \end{array} \right.$$

Chú ý: 1) Quy trình giải nhanh có thể mở rộng cho bài toán tìm số cực đại cực tiểu nằm giữa hai điểm M, N nằm cùng phía so với AB:

$$\left\{ \begin{array}{l} k_M = \frac{\Delta\varphi_M}{2\pi} = \frac{(d_{1M} - d_{2M})}{\lambda} + \frac{(\alpha_2 - \alpha_1)}{2\pi} \\ k_N = \frac{\Delta\varphi_N}{2\pi} = \frac{(d_{1N} - d_{2N})}{\lambda} + \frac{(\alpha_2 - \alpha_1)}{2\pi} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \text{Số cực đại: } k_M < k < k_N \\ \text{Số cực tiểu: } k_M < m - 0,5 < k_N \end{array} \right.$$



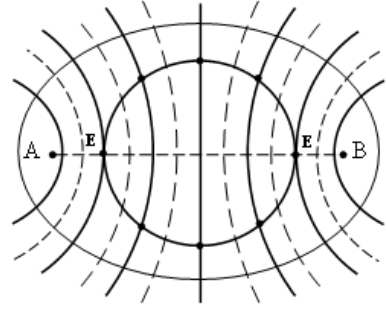
2) Nếu điểm  $M$  và  $N$  nằm ngoài và cùng 1 phía với  $AB$  thì ta dùng công thức hình học để xác định  $MA, MB, NA, NB$  trước sau đó áp dụng quy trình giải nhanh.

**Tình huống 6:** Khi gặp bài toán tìm số cực đại, cực tiểu trên đường bao thì làm thế nào?

**Giải pháp:**

Mỗi đường cực đại, cực tiểu cắt  $AB$  tại một điểm thì sẽ cắt đường bao quanh hai nguồn tại hai điểm.

Số điểm cực đại cực tiểu trên đường bao quanh  $EF$  bằng 2 lần số điểm trên  $EF$  (nếu tại  $E$  hoặc  $F$  là một trong các điểm đó thì nó chỉ cắt đường bao tại 1 điểm).



**Tình huống 7:** Khi gặp bài toán liên quan đến vị trí các cực, đại cực tiểu trên  $AB$  thì làm thế nào?

**Giải pháp:**

Nếu bài toán yêu cầu xác định vị trí cực đại cực tiểu trên  $AB$  so với  $A$  thì ta đặt  $d_1 = y$  và  $d_2 = AB - y$ . Do đó,  $d_1 - d_2 = 2y - AB$ .

\*Vị trí các cực đại:

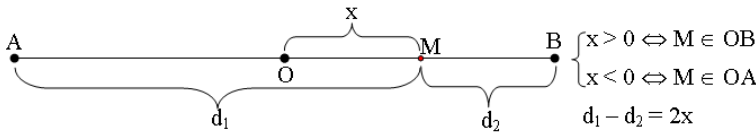
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Hai nguồn KHCpha : } d_1 - d_2 = k\lambda \Rightarrow y = \frac{1}{2}k\lambda + \frac{1}{2}AB \\ \text{Hai nguồn KHNPpha : } d_1 - d_2 = (k - 0,5)\lambda \Rightarrow y = \frac{1}{2}(k - 0,5)\lambda + \frac{1}{2}AB \\ \text{Hai nguồn KH bất kì : } \Delta\varphi = (\alpha_2 - \alpha_1) + \frac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d_2) = k.2\pi \\ \Rightarrow y = \frac{1}{2}k\lambda + \frac{1}{2}AB + \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{4\pi}\lambda \end{array} \right.$$

\*Vị trí các cực tiểu:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Hai nguồn KHCpha : } d_1 - d_2 = (m - 0,5)\lambda \Rightarrow y = \frac{1}{2}(m - 0,5)\lambda + \frac{1}{2}AB \\ \text{Hai nguồn KHNPpha : } d_1 - d_2 = m\lambda \Rightarrow y = \frac{1}{2}m\lambda + \frac{1}{2}AB \\ \text{Hai nguồn KH bất kì : } \Delta\varphi = (\alpha_2 - \alpha_1) + \frac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d_2) = (2m - 1)\pi \\ \Rightarrow y = \frac{1}{2}(m - 0,5)\lambda + \frac{1}{2}AB + \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{4\pi}\lambda \end{array} \right.$$

(Ta chỉ xét trường hợp  $-2\pi \leq \alpha_1 - \alpha_2 \leq 2\pi$ ).

*Chú ý:* Chọn trung điểm  $O$  của  $AB$  làm góc tọa độ, chiều dương của trục từ  $A$  sang  $B$ . Gọi  $x$  là tọa độ của  $M$  trên  $AB$  thì  $x = y - AB/2$ .



♣ Hai nguồn kết hợp cùng pha (O là cực đại):

$$\text{Cực đại} \in AB \Rightarrow x = k \frac{\lambda}{2} \left\{ \begin{array}{l} |x|_{\min} = \frac{\lambda}{2} \\ |x|_{\max} = n \frac{\lambda}{2} \end{array} \right.$$

$$\left( \text{với } n \text{ là số nguyên lớn nhất thỏa mãn } n < \frac{AB}{\lambda} \right)$$

$$\text{Cực tiểu} \in AB \Rightarrow x = m \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} \left\{ \begin{array}{l} |x|_{\min} = \frac{\lambda}{4} \\ |x|_{\max} = n \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} \end{array} \right.$$

$$\left( \text{với } n \text{ là số nguyên lớn nhất thỏa mãn } n < \frac{AB - 0,5\lambda}{\lambda} \right)$$

♣ Hai nguồn kết hợp ngược pha (O là cực tiểu):

$$\text{Cực đại} \in AB \Rightarrow x = k \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} \left\{ \begin{array}{l} x_{\min} = \frac{\lambda}{4} \\ x_{\max} = n \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} \end{array} \right.$$

$$\left( \text{với } n \text{ là số nguyên lớn nhất thỏa mãn } n < \frac{AB - 0,5\lambda}{\lambda} \right)$$

$$\text{Cực tiểu} \in AB \Rightarrow x = m \frac{\lambda}{2} \left\{ \begin{array}{l} x_{\min} = \frac{\lambda}{2} \\ x_{\max} = n \frac{\lambda}{2} \end{array} \right.$$

$$\left( \text{với } n \text{ là số nguyên lớn nhất thỏa mãn } n < \frac{AB}{\lambda} \right)$$

♣ Hai nguồn kết hợp bất kì (cực đại giữa dịch về phía nguồn trễ pha hơn một đoạn  $|\Delta x|$ )

$$\text{với } \Delta x = (\alpha_1 - \alpha_2) \frac{\lambda}{4\pi} \left\{ \begin{array}{l} \Delta x > 0: \text{ Nằm về phía nguồn 2} \\ \Delta x < 0: \text{ Nằm về phía nguồn 1} \end{array} \right): x = \frac{1}{2} k \lambda + \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{4\pi} \lambda$$

$$\text{Cực đại} \in AB \Rightarrow x = \frac{1}{2} k \lambda + \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{4\pi} \lambda \left\{ \begin{array}{l} |x|_{\min} = \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{4\pi} \lambda \quad \text{nếu } \alpha_1 > \alpha_2 \\ |x|_{\min} = \frac{\lambda}{2} + \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{4\pi} \lambda \quad \text{nếu } \alpha_1 < \alpha_2 \\ |x|_{\max} = |x|_{\min} + n \frac{\lambda}{2} \end{array} \right.$$

$$\left( \text{với } n \text{ là số nguyên lớn nhất thỏa mãn } n < \frac{OB - |x|_{\min}}{0,5\lambda} \right)$$

$$\text{Cực tiểu } \in AB \Rightarrow x = \frac{1}{2}m\lambda + \frac{\alpha_1 - \alpha_2 - \pi}{4\pi}\lambda$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |x|_{\min} = \frac{\alpha_1 - \alpha_2 - \pi}{4\pi}\lambda & \text{nếu } \alpha_1 > \alpha_2 + \pi \\ |x|_{\min} = \frac{\lambda}{2} + \frac{\alpha_1 - \alpha_2 - \pi}{4\pi}\lambda & \text{nếu } \alpha_1 < \alpha_2 + \pi \\ |x|_{\max} = |x|_{\min} + n\frac{\lambda}{2} \end{cases}$$

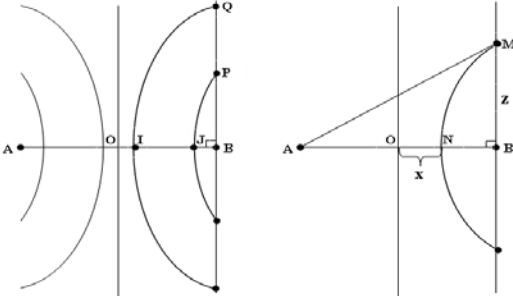
$$\left( \text{với } n \text{ là số nguyên lớn nhất thỏa mãn } n < \frac{OB - |x|_{\min}}{0,5\lambda} \right)$$

**Tình huống 8:** Khi gặp bài toán liên quan đến vị trí các cực đại, cực tiểu trên  $Bz \perp AB$  thì làm thế nào?

**Giải pháp:**

**Cách 1:**

Chỉ các đường hypebol ở phía OB mới cắt đường Bz. Đường cong gần O nhất (xa B nhất) sẽ cắt Bz tại điểm Q xa B nhất ( $z_{\max}$ ), đường cong xa O nhất (gần B nhất) sẽ cắt Bz tại điểm P gần B nhất ( $z_{\min}$ ).



Hai điểm M và N nằm trên cùng một đường nên hiệu đường đi như nhau:

$$MA - MB = NA - NB \Leftrightarrow \sqrt{z^2 + AB^2} - z = 2x$$

♣ Hai nguồn kết hợp cùng pha

\*Cực đại xa B nhất (gần O nhất) ứng với  $x_{\min} = \lambda/2$  nên:  $\sqrt{z^2 + AB^2} - z = \lambda$

\*Cực đại gần B nhất (xa O nhất) ứng với  $x_{\max} = n\lambda/2$  nên:  $\sqrt{z^2 + AB^2} - z = n\lambda$

(với n là số nguyên lớn nhất thỏa mãn  $n < \frac{OB}{0,5\lambda}$ )

\*Cực tiểu xa B nhất (gần O nhất) ứng với  $x_{\min} = \lambda/4$  nên:  $\sqrt{z^2 + AB^2} - z = 0,5\lambda$

\*Cực tiểu gần B nhất (xa O nhất) ứng với  $x_{\max} = n\lambda/2 + \lambda/4$  nên:

$$\sqrt{z^2 + AB^2} - z = n\lambda + \frac{\lambda}{2}$$

(với  $n$  là số nguyên lớn nhất thỏa mãn  $n < \frac{OB - x_{\min}}{0,5\lambda}$ )

♣ Hai nguồn kết hợp ngược pha

\*Cực đại xa B nhất (gần O nhất) ứng với  $x_{\min} = \lambda/4$  nên:  $\sqrt{z^2 + AB^2} - z = 0,5\lambda$

\*Cực đại gần B nhất (xa O nhất) ứng với  $x_{\max} = n\lambda/2 + \lambda/4$  nên:

$$\sqrt{z^2 + AB^2} - z = n\lambda + \frac{\lambda}{2}$$

(với  $n$  là số nguyên lớn nhất thỏa mãn  $n < \frac{OB - x_{\min}}{0,5\lambda}$ )

\*Cực tiểu xa B nhất (gần O nhất) ứng với  $x_{\min} = \lambda/2$  nên:  $\sqrt{z^2 + AB^2} - z = \lambda$

\*Cực tiểu gần B nhất (xa O nhất) ứng với  $x_{\max} = n\lambda/2$  nên:  $\sqrt{z^2 + AB^2} - z = n\lambda$

(với  $n$  là số nguyên lớn nhất thỏa mãn  $n < \frac{OB}{0,5\lambda}$ ).

♣ Hai nguồn kết hợp bất kì

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Điều kiện cực đại: } \Delta\varphi = (\alpha_2 - \alpha_1) + \frac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d_2) = k2\pi \Rightarrow d_1 - d_2 \text{ theo } k \\ \text{Điều kiện cực tiểu: } \Delta\varphi = (\alpha_2 - \alpha_1) + \frac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d_2) = (2m+1)\pi \Rightarrow d_1 - d_2 \text{ theo } m \\ \text{Điều kiện thuộc OB (trừ B và O): } 0 < d_1 - d_2 < AB \Rightarrow \begin{cases} k = k_{\min}; \dots; k_{\max} \\ m = m_{\min}; \dots; m_{\max} \end{cases} \\ \left\{ \begin{array}{l} \text{Gần B nhất (xa O nhất): } \sqrt{x^2 + AB^2} - x = (d_1 - d_2)_{\max} \\ \text{Xa B nhất (gần O nhất): } \sqrt{x^2 + AB^2} - x = (d_1 - d_2)_{\min} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Cách 2: Độ lệch pha của hai sóng kết hợp:

$$\Delta\varphi = (\alpha_2 - \alpha_1) + \frac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d_2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Tại } \infty: \Delta\varphi_{\infty} = (\alpha_2 - \alpha_1) + \frac{2\pi}{\lambda}(\infty - \infty) = (\alpha_2 - \alpha_1) \\ \text{Tại B: } \Delta\varphi_B = (\alpha_2 - \alpha_1) + \frac{2\pi}{\lambda}(AB - 0) = (\alpha_2 - \alpha_1) + \frac{2\pi AB}{\lambda} \end{array} \right.$$

♣ Cực đại thuộc Bz thỏa mãn:  $\Delta\varphi_{\infty} < \Delta\varphi = k \cdot 2\pi < \Delta\varphi_B \Rightarrow k_{\min} \leq k \leq k_{\max}$ :

+ Cực đại gần B nhất thì  $\Delta\varphi = k_{\min} \cdot 2\pi$ , hay  $(\alpha_2 - \alpha_1) + \frac{2\pi}{\lambda}(\sqrt{AB^2 + z^2} - z) = k_{\min} \cdot 2\pi$

+ Cực đại xa B nhất thì  $\Delta\varphi = k_{\max} \cdot 2\pi$ , hay  $(\alpha_2 - \alpha_1) + \frac{2\pi}{\lambda}(\sqrt{AB^2 + z^2} - z) = k_{\max} \cdot 2\pi$

♣ Cực tiểu thuộc Bz thỏa mãn:

$$\Delta\varphi_\infty < \Delta\varphi = (2m+1)\pi < \Delta\varphi_B \Rightarrow m_{\min} \leq m \leq m_{\max} :$$

+ Cực tiểu gần B nhất thì  $\Delta\varphi = (2m_{\min} + 1)\pi$ , hay

$$(\alpha_2 - \alpha_1) + \frac{2\pi}{\lambda} \left( \sqrt{AB^2 + z^2} - z \right) = (2m_{\min} + 1)\pi$$

+ Cực đại xa B nhất thì  $\Delta\varphi = (2m_{\max} + 1)\pi$ , hay

$$(\alpha_2 - \alpha_1) + \frac{2\pi}{\lambda} \left( \sqrt{AB^2 + z^2} - z \right) = (2m_{\max} + 1)\pi$$

**Tình huống 9:** Khi gặp bài toán liên quan đến vị trí các cực đại, cực tiểu trên trục  $x'x \parallel AB$  thì làm thế nào?

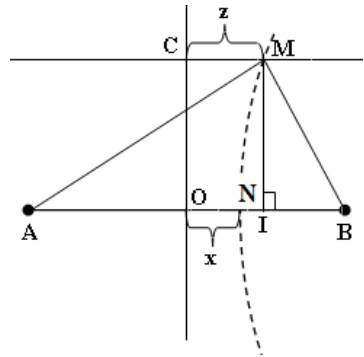
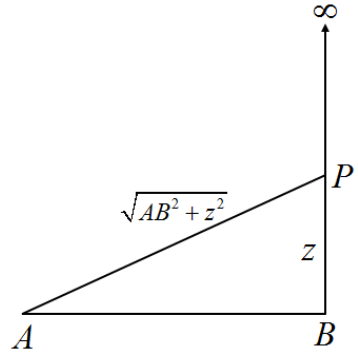
**Giải pháp:**

Từ điều kiện cực đại, cực tiểu  $\Rightarrow (d_1 - d_2)$  theo k hoặc m.

$$\begin{cases} MA = \sqrt{IA^2 + IM^2} = \sqrt{\left(\frac{AB}{2} + z\right)^2 + OC^2} \\ MB = \sqrt{IB^2 + IM^2} = \sqrt{\left(\frac{AB}{2} - z\right)^2 + OC^2} \end{cases}$$

Hai điểm M và N nằm trên cùng một đường nên hiệu đường đi như nhau:

$$MA - MB = NA - NB \Leftrightarrow \sqrt{\left(\frac{AB}{2} + z\right)^2 + OC^2} - \sqrt{\left(\frac{AB}{2} - z\right)^2 + OC^2} = 2x$$



♣ Hai nguồn kết hợp cùng pha

\*Cực đại gần C nhất (gần O nhất) ứng với  $x_{\min} = \lambda/2$  nên:

$$\sqrt{\left(\frac{AB}{2} + z\right)^2 + OC^2} - \sqrt{\left(\frac{AB}{2} - z\right)^2 + OC^2} = \lambda$$

\*Cực đại xa C nhất (xa O nhất) ứng với  $x_{\max} = n\lambda/2$  nên:

$$\sqrt{\left(\frac{AB}{2} + z\right)^2 + OC^2} - \sqrt{\left(\frac{AB}{2} - z\right)^2 + OC^2} = n\lambda$$

(với n là số nguyên lớn nhất thỏa mãn  $n < \frac{OB}{0,5\lambda}$ )

\*Cực tiểu gần C nhất (gần O nhất) ứng với  $x_{\min} = \lambda/4$  nên:

$$\sqrt{\left(\frac{AB}{2} + z\right)^2 + OC^2} - \sqrt{\left(\frac{AB}{2} - z\right)^2 + OC^2} = 0,5\lambda$$

\*Cực tiểu xa C nhất (xa O nhất) ứng với  $x_{\max} = n\lambda/2 + \lambda/4$  nên:

$$\sqrt{\left(\frac{AB}{2} + z\right)^2 + OC^2} - \sqrt{\left(\frac{AB}{2} - z\right)^2 + OC^2} = n\lambda + \frac{\lambda}{2}$$

(với  $n$  là số nguyên lớn nhất thỏa mãn  $n < \frac{OB - x_{\min}}{0,5\lambda}$ )

**♣ Hai nguồn kết hợp ngược pha**

\*Cực đại gần C nhất (gần O nhất) ứng với  $x_{\min} = \lambda/4$  nên:

$$\sqrt{\left(\frac{AB}{2} + z\right)^2 + OC^2} - \sqrt{\left(\frac{AB}{2} - z\right)^2 + OC^2} = 0,5\lambda$$

\*Cực đại xa C nhất (xa O nhất) ứng với  $x_{\max} = n\lambda/2 + \lambda/4$  nên:

$$\sqrt{\left(\frac{AB}{2} + z\right)^2 + OC^2} - \sqrt{\left(\frac{AB}{2} - z\right)^2 + OC^2} = n\lambda + \frac{\lambda}{2}$$

(với  $n$  là số nguyên lớn nhất thỏa mãn  $n < \frac{OB - x_{\min}}{0,5\lambda}$ )

\*Cực tiểu gần C nhất (gần O nhất) ứng với  $x_{\min} = \lambda/2$  nên:

$$\sqrt{\left(\frac{AB}{2} + z\right)^2 + OC^2} - \sqrt{\left(\frac{AB}{2} - z\right)^2 + OC^2} = \lambda$$

\*Cực tiểu xa C nhất (xa O nhất) ứng với  $x_{\max} = n\lambda/2$  nên:

$$\sqrt{\left(\frac{AB}{2} + z\right)^2 + OC^2} - \sqrt{\left(\frac{AB}{2} - z\right)^2 + OC^2} = n\lambda$$

(với  $n$  là số nguyên lớn nhất thỏa mãn  $n < \frac{OB}{0,5\lambda}$ ).

**Tình huống 10:** Khi gặp bài toán liên quan đến vị trí các cực đại, cực tiểu trên đường tròn đường kính AB thì làm thế nào?

**Giải pháp:**

\*Điểm M thuộc cực đại khi:

$$\left\{ \begin{aligned} MA - MB = k\lambda &\Leftrightarrow a - \sqrt{AB^2 - a^2} = k\lambda \end{aligned} \right.$$

(Nếu 2 nguồn KH cùng pha)

$$MA - MB = (k - 0,5)\lambda$$

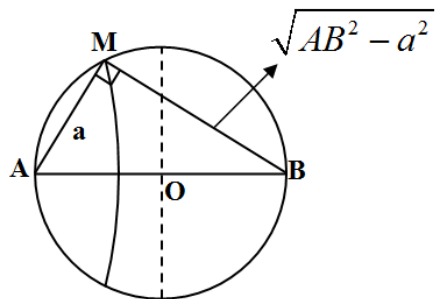
$$\Leftrightarrow a - \sqrt{AB^2 - a^2} = (k - 0,5)\lambda$$

(Nếu 2 nguồn KH ngược pha)

$$\left\{ \begin{aligned} MA - MB = k\lambda + \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2\pi} \lambda \end{aligned} \right.$$

$$\Leftrightarrow a - \sqrt{AB^2 - a^2} = k\lambda + \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2\pi} \lambda$$

(Nếu 2 nguồn KH bất kì)



\*Điểm M thuộc cực tiểu khi:

$$\left\{ \begin{array}{l} MA - MB = (m - 0,5)\lambda \Leftrightarrow a - \sqrt{AB^2 - a^2} = (m - 0,5)\lambda \\ \text{(Nếu 2 nguồn KH cùng pha)} \\ MA - MB = m\lambda \Leftrightarrow a - \sqrt{AB^2 - a^2} = m\lambda \\ \text{(Nếu 2 nguồn KH ngược pha)} \\ MA - MB = m\lambda + \frac{\alpha_1 - \alpha_2 - \pi}{2\pi}\lambda \Leftrightarrow a - \sqrt{AB^2 - a^2} = m\lambda + \frac{\alpha_1 - \alpha_2 - \pi}{2\pi}\lambda \\ \text{(Nếu 2 nguồn KH bất kì)} \end{array} \right.$$

Lời khuyên: Trong các đề thi liên quan đến hai nguồn kết hợp cùng pha, thường hay liên quan đến cực đại, cực tiểu gần đường trung trực nhất hoặc gần các nguồn nhất. Vì vậy, ta nên nhớ những kết quả quan trọng sau đây: M là cực đại

\*nằm gần trung trực nhất, nếu nằm về phía A thì  $MA - MB = -\lambda$  nếu nằm về phía B thì  $MA - MB = \lambda$ .

\*nằm gần A nhất thì  $MA - MB = -n\lambda$  và nằm gần B nhất thì  $MA - MB = n\lambda$ .

Với n là số nguyên lớn nhất thỏa mãn  $n < \frac{OB}{0,5\lambda} = \frac{AB}{\lambda}$ .

**Tình huống 11:** Khi gặp các bài toán liên quan đến vị trí các cực đại, cực tiểu trên đường tròn tâm A bán kính AB thì làm thế nào?

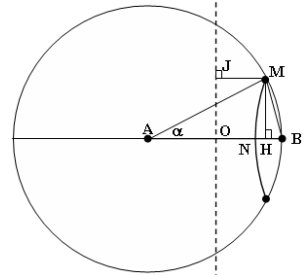
**Giải pháp:**

Ta thấy  $MA = AB = R$ , từ điều kiện cực đại cực tiểu của M sẽ tìm được MB theo R.

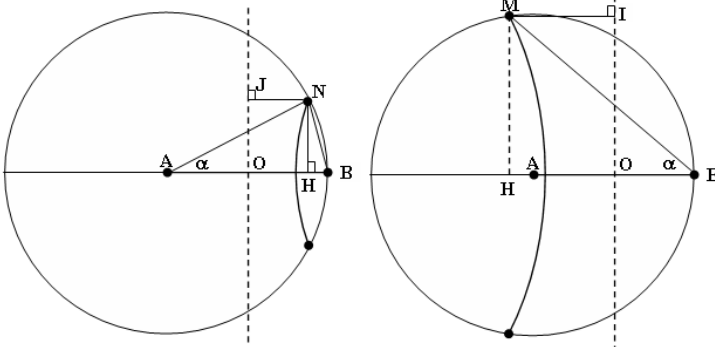
Theo định lý hàm số cosin:

$$\cos \alpha = \frac{AM^2 + AB^2 - MB^2}{2AM \cdot AB} = 1 - \frac{MB^2}{2R^2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} AH = AM \cos \alpha \\ MH = AM \sin \alpha \end{cases}$$



Chú ý: Điểm trên đường tròn tâm A bán kính AB cách đường thẳng AB gần nhất thì phải nằm về phía B và xa nhất thì phải nằm về phía A.



**Tình huống 12:** Khi gặp bài toán hai vân cùng loại đi qua hai điểm thì làm thế nào?

**Giải pháp:**

Giả sử hai vân cùng loại bậc  $k$  và bậc  $k + b$  đi qua hai điểm  $M$  và  $M'$  thì

$$\begin{cases} MS_1 - MS_2 = k\lambda \\ M'S_1 - M'S_2 = (k + 2)\lambda \end{cases} \Rightarrow \lambda = ? \Rightarrow v = \lambda f$$

$$\Delta\varphi_M = (\alpha_2 - \alpha_1) + \frac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d_2) \begin{cases} \equiv k.2\pi : M \text{ là cực đại} \\ \equiv (2k + 1)\pi : M \text{ là cực tiểu} \end{cases}$$

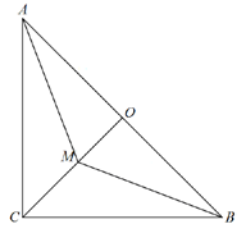
**Tình huống 13:** Khi gặp bài toán giao thoa với 3 nguồn kết hợp thì làm thế nào?

**Giải pháp:**

Gọi  $A_1, A_2$  và  $A_3$  lần lượt là biên độ của các sóng kết hợp  $u_{1M}, u_{2M}$  và  $u_{3M}$  do ba nguồn gửi đến  $M$ .

Nếu  $u_{1M}, u_{2M}$  và  $u_{3M}$  cùng pha thì biên độ tổng hợp tại  $M$  là  $A = A_1 + A_2 + A_3$ .

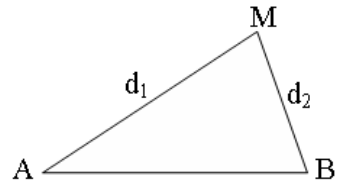
Nếu  $u_{1M}, u_{2M}$  cùng pha và ngược pha với  $u_{3M}$  thì biên độ tổng hợp tại  $M$  là  $A = A_1 + A_2 - A_3$ .



**Tình huống 14:** Khi gặp bài toán liên quan đến phương trình sóng tổng hợp thì làm thế nào?

**Giải pháp:**

a) Hai nguồn cùng biên độ: 
$$\begin{cases} u_A = a \cos(\omega t + \alpha_1) \\ u_B = a \cos(\omega t + \alpha_2) \end{cases}$$



$$\begin{cases} u_{1M} = a \cos\left(\omega t + \alpha_1 - \frac{2\pi d_1}{\lambda}\right) \\ u_{2M} = a \cos\left(\omega t + \alpha_2 - \frac{2\pi d_2}{\lambda}\right) \end{cases} \Rightarrow u_M = u_{1M} + u_{2M}$$

$$u_M = 2a \cos\left(\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} + \pi \frac{d_1 - d_2}{\lambda}\right) \cos\left(\omega t + \frac{\alpha_2 + \alpha_1}{2} - \pi \frac{d_1 + d_2}{\lambda}\right)$$

Biên độ dao động tổng hợp tại  $M$ : 
$$A_M = \left| 2a \cos\left(\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} + \pi \frac{d_1 - d_2}{\lambda}\right) \right|$$

Vận tốc dao động tại  $M$  là đạo hàm của  $u_M$  theo  $t$ :

$$v_M = -\omega.2a \cos\left(\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} + \pi \frac{d_1 - d_2}{\lambda}\right) \sin\left(\omega t + \frac{\alpha_2 + \alpha_1}{2} - \pi \frac{d_1 + d_2}{\lambda}\right)$$



b) Hai nguồn khác biên độ: 
$$\begin{cases} u_A = A_1 \cos(\omega t + \alpha_1) \\ u_B = A_2 \cos(\omega t + \alpha_2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_{1M} = A_1 \cos\left(\omega t + \alpha_1 - \frac{2\pi d_1}{\lambda}\right) \\ u_{2M} = A_2 \cos\left(\omega t + \alpha_2 - \frac{2\pi d_2}{\lambda}\right) \end{cases} \Rightarrow u_M = u_{1M} + u_{2M} = A \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\begin{cases} A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi}; & \Delta\varphi = \alpha_2 - \alpha_1 + \frac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d_2) \\ \tan \varphi = \frac{A_1 \sin\left(\alpha_1 - \frac{2\pi d_1}{\lambda}\right) + A_2 \sin\left(\alpha_2 - \frac{2\pi d_2}{\lambda}\right)}{A_1 \cos\left(\alpha_1 - \frac{2\pi d_1}{\lambda}\right) + A_2 \cos\left(\alpha_2 - \frac{2\pi d_2}{\lambda}\right)} \end{cases}$$

Chú ý:

1) Để so sánh trạng thái dao động của điểm M với nguồn thì ta viết phương trình dao động tổng hợp tại M về dạng chính tắc  $u_M = A_M \cos(\omega t + \varphi)$ .

2) Nếu bài toán chỉ yêu cầu tính biên độ tổng hợp tại M ta nên dùng công thức:

$$\begin{cases} \Delta\varphi = (\alpha_2 - \alpha_1) + \frac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d_2) \\ A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi} \end{cases} \begin{cases} \Delta\varphi \equiv k.2\pi \Rightarrow A = A_1 + A_2 \\ \Delta\varphi \equiv (2k+1)\pi \Rightarrow A = |A_1 - A_2| \\ \Delta\varphi \equiv (2k+1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} \end{cases}$$

**Tình huống 15:** Khi gặp bài toán liên quan đến li độ, vận tốc các điểm nằm AB thì làm thế nào?

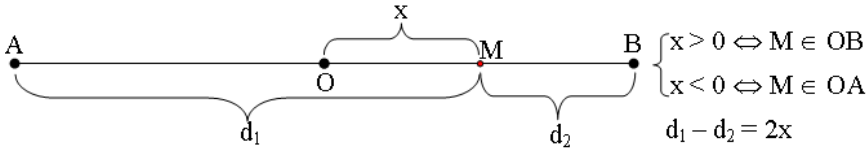
**Giải pháp:**

Nếu hai điểm M và N nằm trên đoạn AB thì  $d_1 + d_2 = AB$  nên từ các công thức:

$$u_M = 2a \cos\left(\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} + \pi \frac{d_1 - d_2}{\lambda}\right) \cos\left(\omega t + \frac{\alpha_2 + \alpha_1}{2} - \pi \frac{d_1 + d_2}{\lambda}\right) \text{ và}$$

$$v_M = -\omega.2a \cos\left(\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} + \pi \frac{d_1 - d_2}{\lambda}\right) \sin\left(\omega t + \frac{\alpha_2 + \alpha_1}{2} - \pi \frac{d_1 + d_2}{\lambda}\right)$$

$$\text{Ta suy ra: } \frac{v_M}{v_N} = \frac{u_M}{u_N} = \frac{\cos\left(\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} + \pi \frac{d_{1M} - d_{2M}}{\lambda}\right)}{\cos\left(\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} + \pi \frac{d_{1N} - d_{2N}}{\lambda}\right)} = \frac{\cos\left(\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} + \frac{2\pi x_M}{\lambda}\right)}{\cos\left(\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} + \frac{2\pi x_N}{\lambda}\right)}$$



**Tình huống 16:** Khi gặp bài toán liên quan đến tìm số điểm dao động với biên độ trung gian trên khoảng AB thì làm thế nào?

**Giải pháp:**

\*Để tìm số điểm dao động với biên độ trung gian  $A_0$  thì từ:

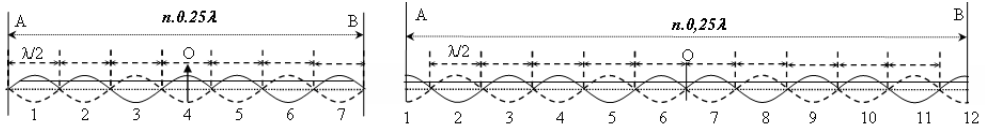
$$A_0^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi \text{ tìm ra } \Delta\varphi \text{ theo số nguyên } k, \text{ rồi thay vào}$$

$$\Delta\varphi = \alpha_2 - \alpha_1 + \frac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d_2) \text{ để tìm ra } d_1 - d_2 \text{ theo } k.$$

\*Sau đó thay vào điều kiện  $-AB < d_1 - d_2 < AB$  (nếu tìm số điểm trên AB) hoặc  $MA - MB < d_1 - d_2 < NA - NB$  (nếu tìm số điểm trên MN) sẽ tìm được số giá trị nguyên của k.

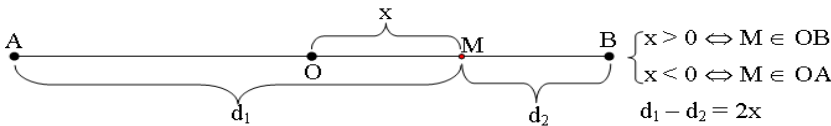
Chú ý:

1) Trong trường hợp hai nguồn kết hợp cùng pha hoặc ngược pha mà  $AB = n\lambda/4$  thì số điểm dao động với biên độ  $A_0$  ( $0 < A_0 < A_{max} = A_1 + A_2$ ) trên AB đúng bằng n.



2) Trong trường hợp hai nguồn kết hợp cùng pha hoặc hai nguồn kết hợp ngược pha, điểm M nằm trên OB, cách O là x (hay  $d_1 - d_2 = 2x$ ), có biên độ  $\sqrt{A_1^2 + A_2^2}$  thì hai sóng kết hợp gửi đến M dao động vuông pha nhau nên  $\Delta\varphi = \pi/2 + k\pi$  hay

$$\left[ \begin{aligned} \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \underbrace{(d_1 - d_2)}_{2x} = \frac{\pi}{2} + k\pi &\Rightarrow x = \frac{\lambda}{8} + k \frac{\lambda}{4} \\ \Delta\varphi = \pi + \frac{2\pi}{\lambda} \underbrace{(d_1 - d_2)}_{2x} = \frac{\pi}{2} + k\pi &\Rightarrow x = -\frac{\lambda}{8} + k \frac{\lambda}{4} \end{aligned} \right. \Rightarrow x_{\min} = \frac{\lambda}{8}$$



**Tình huống 17:** Khi gặp bài toán liên quan đến trạng thái các điểm nằm trên AB thì làm thế nào?

**Giải pháp:**

Xét các điểm nằm trên AB, các cực đại tương ứng với các bụng sóng dừng (biên độ tại bụng  $A_{\max} = A_1 + A_2$ ), các cực tiểu tương ứng với các nút sóng dừng.

Điểm M thuộc AB, cách nút gần nhất và cách bụng gần nhất lần lượt là x và y thì biên độ dao động tại M là:  $A_0 = A_{\max} \sin \frac{2\pi x}{\lambda} = A_{\max} \cos \frac{2\pi y}{\lambda}$ .

Các điểm thuộc AB có cùng biên độ  $A_0$  mà cách đều nhau những khoảng  $\Delta x$  thì tương tự như trường hợp sóng dừng ta phải có:  $A_0 = A_{\max} / \sqrt{2}$  và  $\Delta x = \lambda/4$ .

Chú ý:

1) Trường hợp hai nguồn kết hợp cùng pha thì tổng số cực đại trên khoảng AB được xác định từ  $-\frac{AB}{\lambda} < k < \frac{AB}{\lambda}$ . Các cực đại này chia làm hai nhóm: một nhóm cùng pha với O và một nhóm ngược pha với O.

Nếu  $AB/\lambda$  là số không nguyên thì cực đại tại O không cùng pha không ngược pha với các nguồn nên trên AB cũng không có cực đại nào cùng pha hoặc ngược pha với các nguồn.

Nếu  $AB/\lambda$  là một số nguyên chẵn ( $AB = 2n\lambda$ ) thì cực đại tại O cùng pha. Nếu  $AB/\lambda$  là một số nguyên lẻ ( $AB = (2n + 1)\lambda$ ) thì cực đại tại O ngược pha.

$$\begin{cases} \boxed{AO = n\lambda} \text{ trừ A và B có } \begin{cases} 2n - 1 \text{ cực đại (cả O) cùng pha với nguồn} \\ 2n \text{ cực đại ngược pha với nguồn} \end{cases} \\ \boxed{AO = (n + 0,5)\lambda} \text{ trừ A và B có } \begin{cases} 2n + 1 \text{ cực đại (cả O) ngược pha với nguồn} \\ 2n \text{ cực đại cùng pha với nguồn} \end{cases} \end{cases}$$

Số cực đại cùng pha với nguồn luôn luôn ít hơn số cực đại ngược pha với nguồn là 1.

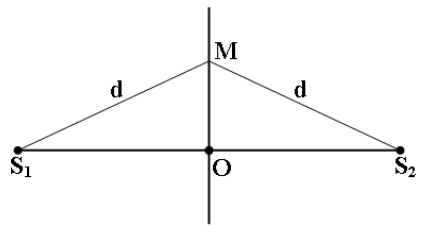
2) Trường hợp hai nguồn kết hợp bất kì trước tiên xác định vị trí cực đại giữa. Nếu cực đại giữa cách nguồn A một số nguyên lần bước sóng thì cực đại giữa dao động cùng pha với nguồn A, còn bằng một số bán nguyên lần bước sóng thì ngược pha.

**Tình huống 18:** Khi gặp bài toán liên quan đến trạng thái các điểm nằm trên đường trung trực của AB thì làm thế nào?

**Giải pháp:**

Xét trường hợp hai nguồn kết hợp cùng pha:

$$u_1 = u_2 = a \cos \omega t$$



$$\Rightarrow \begin{cases} u_{1M} = a \cos\left(\omega t - \frac{2\pi d}{\lambda}\right) \\ u_{2M} = a \cos\left(\omega t - \frac{2\pi d}{\lambda}\right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow u_M = u_{1M} + u_{2M} = 2a \cos\left(\omega t - \frac{2\pi d}{\lambda}\right)$$

Độ lệch pha của M so với các nguồn:

$$\Delta\varphi_{M/S_{12}} = \frac{2\pi d}{\lambda} \begin{cases} = k.2\pi (\text{cùng pha}) \Rightarrow d = k\lambda \\ = (2k+1)\pi (\text{ngược pha}) \Rightarrow d = (k+0,5)\lambda \\ = (2k+1)\frac{\pi}{2} (\text{vuông pha}) \Rightarrow d = (2k+1)\frac{\lambda}{4} \end{cases}$$

Điều kiện của d:  $d \geq \frac{S_1 S_2}{2} \Rightarrow k = k_1, k_2, \dots$

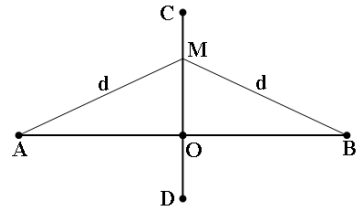
Sau khi tìm được d thì tính được:  $MO = \sqrt{d^2 - S_1 O^2}$

Chú ý:

1) Để tìm số điểm trên đoạn OC vào điều kiện

$$OA \leq d \leq CA = \sqrt{OA^2 + OC^2}$$

2) Để tìm số điểm trên đoạn CD nằm về hai phía của AB, ta tính trên hai nửa CO và OD rồi cộng lại (nếu tại O là một điểm thì không tính 2 lần).



3) Độ lệch pha dao động của M so với O là  $\Delta\varphi_{M/O} = \frac{2\pi}{\lambda}(d - AO)$ .

\*M dao động cùng pha với O khi  $\Delta\varphi_{M/O} = k.2\pi \Rightarrow d - AO = k\lambda \Rightarrow d_{\min} - AO = \lambda$

\*M dao động ngược pha với O khi  $\Delta\varphi_{M/O} = (2k+1)\pi$

$$\Rightarrow d - AO = (k+0,5)\lambda \Rightarrow d_{\min} - AO = 0,5\lambda$$

\*M dao động vuông pha với O khi  $\Delta\varphi_{M/O} = (2k+1)\pi/2$

$$\Rightarrow d - AO = (2k+1)\frac{\lambda}{4} \Rightarrow d_{\min} - AO = 0,25\lambda$$

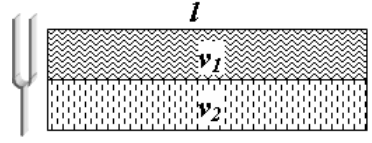
#### 4.4. SÓNG ÂM

**Tình huống 1:** Khi gặp bài toán liên quan đến sự truyền âm thì làm thế nào?

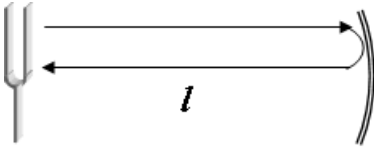
**Giải pháp:**

\*Thời gian truyền âm trong môi trường 1 và môi trường 2 lần lượt là ( $v_2 < v_1$ ):

$$\begin{cases} t_1 = \frac{l}{v_1} \\ t_2 = \frac{l}{v_2} \end{cases} \Rightarrow \Delta t = t_2 - t_1 = \frac{l}{v_2} - \frac{l}{v_1}$$



\*Gọi t là thời gian từ lúc phát âm cho đến lúc nghe được âm phản xạ thì  $t = \frac{2l}{v}$



*Chú ý: Tốc độ âm phụ thuộc vào nhiệt độ môi trường tuân theo hàm bậc nhất:*

$$\begin{cases} v_1 = v_0 + aT_1 \\ v_2 = v_0 + aT_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = \frac{v_1}{f} \\ \lambda_2 = \frac{v_2}{f} \end{cases}$$

**Tình huống 2:** Khi gặp bài toán liên quan đến cường độ âm, mức cường độ âm thì làm thế nào?

**Giải pháp:**

Cường độ âm I (Đơn vị  $W/m^2$ ) tại một điểm là năng lượng gửi qua một đơn vị diện tích đặt vuông góc với phương truyền âm tại điểm đó trong một đơn vị thời gian:

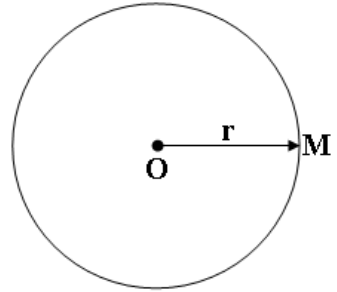
$$I = \frac{A}{St} = \frac{A}{4\pi r^2 t} = \frac{P}{4\pi r^2}$$

Cường độ âm tỉ lệ với bình phương biên độ âm:  $I = \mu A^2 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2$

Mức cường độ âm L được định nghĩa là  $L(B) = \lg \frac{I}{I_0}$ , với I cường độ âm tại

điểm đang xét và  $I_0$  là cường độ âm chuẩn ( $I_0 = 10^{-12} W/m^2$  ứng với tần số  $f = 1000$  Hz). Đơn vị của L là ben (B) và đêxiben  $1dB = 0,1B$ .

*Chú ý:*



1) Nếu liên quan đến cường độ âm và mức cường độ âm ta sử dụng công thức

$$L(B) = \lg \frac{I}{I_0} \Leftrightarrow I = I_0 \cdot 10^{L(B)}. \text{ Thực tế, mức cường độ âm thường đo bằng đơn vị dB}$$

nên ta đổi về đơn vị Ben để tính toán thuận lợi.

2) Khi cường độ âm tăng  $10^n$  lần, độ to tăng  $n$  lần và mức cường độ âm tăng thêm  $n$  (B):  $I' = 10^n I \Leftrightarrow L' = L + n(B)$

3) Nếu liên quan đến tỉ số cường độ âm và hiệu mức cường độ âm thì từ  $L(B) = \lg \frac{I}{I_0}$

$$\Rightarrow I = I_0 \cdot 10^{L(B)} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{I_0 \cdot 10^{L_2(B)}}{I_0 \cdot 10^{L_1(B)}} = 10^{L_2(B) - L_1(B)}$$

4) Cường độ âm tỉ lệ với công suất nguồn âm và tỉ lệ với số nguồn âm giống nhau:

$$\frac{I_2}{I_1} = 10^{L_2(B) - L_1(B)} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{n_2 P_0}{n_1 P_0} = \frac{n_2}{n_1}$$

5) Nếu liên quan đến mức cường độ âm tổng hợp ta xuất phát từ

$$\begin{cases} I = I_0 \cdot 10^{L(B)} \\ I_1 = I_0 \cdot 10^{L_1(B)} \xrightarrow{I=I_1+I_2} I_0 \cdot 10^{L(B)} = I_0 (10^{L_1(B)} + 10^{L_2(B)}) \Rightarrow 10^{L(B)} = 10^{L_1(B)} + 10^{L_2(B)} \\ I_2 = I_0 \cdot 10^{L_2(B)} \end{cases}$$

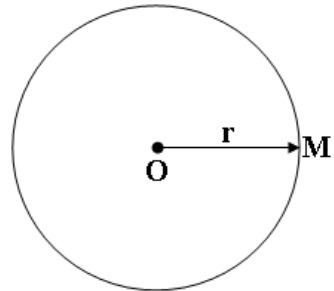
**Tình huống 3:** Khi gặp bài toán liên quan đến phân bố năng lượng âm khi truyền đi thì làm thế nào?

**Giải pháp:**

Giả sử nguồn âm điểm phát công suất  $P$  từ điểm  $O$ , phân bố đều theo mọi hướng.

\*Nếu bỏ qua sự hấp thụ âm và phản xạ âm của môi trường thì cường độ âm tại một điểm  $M$  cách  $O$  một

khoảng  $r$  là  $I = \frac{P}{4\pi r^2}$ .



\*Nếu cứ truyền đi 1 m năng lượng âm giảm  $a\%$  so với năng lượng lúc đầu thì cường độ âm tại một điểm  $M$  cách  $O$  một khoảng  $r$  là  $I = \frac{P(100\% - r.a\%)}{4\pi r^2}$ .

\*Nếu cứ truyền đi 1 m năng lượng âm giảm a% so với năng lượng 1 m ngay trước đó

thì cường độ âm tại một điểm M cách O một khoảng r là  $I = \frac{P(100\% - a\%)^r}{4\pi r^2}$ .

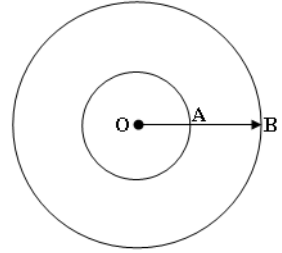
Chú ý:

1) Nếu bỏ qua sự hấp thụ âm của môi trường thì công suất tại O bằng công suất trên các mặt cầu có tâm O:  $P_O = P_A = P_B = P = 4\pi^2 I = 4\pi^2 I_0 \cdot 10^L$ .

Thời gian âm đi từ A đến B:  $t = AB/v$ .

Năng lượng âm nằm giữa hai mặt cầu bán kính OA,

OB:  $\Delta A = P \cdot t = P \cdot AB/v$ .



2) Nếu cho  $L_A$  để tính  $I_B$  ta làm như sau:  $I_B = \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^2 I_A = \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^2 I_0 \cdot 10^{L_A}$ .

3) Nếu cho  $L_A$  để tính  $L_B$  ta làm như sau:  $I = \frac{W}{4\pi r^2} = I_0 \cdot 10^L \Rightarrow \frac{I_B}{I_A} = \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^2 = 10^{L_B - L_A}$ .

4) Các bài toán trên ở trên thì P không đổi và đều xuất phát từ công thức chung:

$$I = \mu A^2 = \frac{P}{4\pi r^2} = I_0 \cdot 10^L \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = 10^{L_2 - L_1}$$

5) Nếu nguồn âm được cấu tạo từ n nguồn âm giống nhau mỗi nguồn có công suất  $P_0$  thì công suất cả nguồn  $P = nP_0$ . Áp dụng tương tự như trên ta sẽ có dạng toán mới:

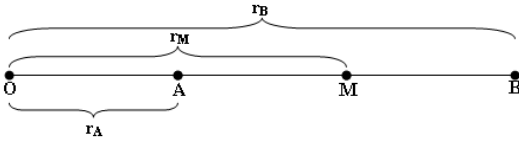
$$\begin{cases} I = I_0 \cdot 10^L = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{nP_0}{4\pi r^2} \\ I' = I_0 \cdot 10^{L'} = \frac{P'}{4\pi r'^2} = \frac{n'P_0}{4\pi r'^2} \end{cases} \Rightarrow 10^{L' - L} = \frac{n'}{n} \left(\frac{r}{r'}\right)^2$$

6) Trên một đường thẳng có bốn điểm theo đúng thứ tự là O, A, M và B. Nếu  $AM = nMB$  hay  $r_M - r_A = n(r_B - r_M) \Rightarrow (n + 1)r_M = nr_B + r_A$ . Nếu nguồn âm điểm đặt tại O,

xuất phát từ công thức  $I = \frac{P}{4\pi r^2} = I_0 \cdot 10^L \Rightarrow r = 10^{-0,5L} \cdot \sqrt{\frac{P}{4\pi I_0}}$ . Thay công thức này

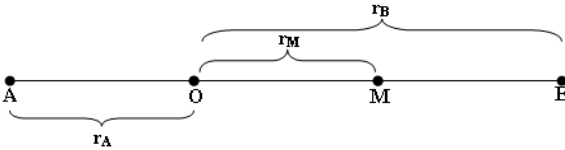
vào  $(n + 1)r_M = nr_B + r_A$  sẽ được  $(n + 1) \cdot 10^{-0,5L_M} = n \cdot 10^{-0,5L_B} + 10^{-0,5L_A}$ .

Nếu M là trung điểm của AB thì  $n = 1$  nên  $2 \cdot 10^{-0,5L_M} = 10^{-0,5L_B} + 10^{-0,5L_A}$



Kinh nghiệm giải nhanh: Nếu có hệ thức  $xr_M = yr_B + zr_A$  ta thay  $r$  bởi  $10^{-0,5L}$  sẽ được:  $x.10^{-0,5L_M} = y.10^{-0,5L_B} + z.10^{-0,5L_A}$

7) Nếu điểm  $O$  nằm giữa  $A$  và  $B$  và  $M$  là trung điểm của  $AB$  thì  $2r_M = r_A - r_B$  (nếu  $r_A > r_B$  hay  $L_A < L_B$ ) hoặc  $2r_M = r_B - r_A$  (nếu  $r_A < r_B$  hay  $L_A > L_B$ ).



**Tình huống 4:** Khi gặp bài toán liên quan đến miền nghe được thì làm thế nào?

**Giải pháp:**

Ngưỡng nghe của âm là cường độ âm nhỏ nhất của một âm để có thể gây ra cảm giác âm đó.

Ngưỡng đau là cường độ của một âm lớn nhất mà còn gây ra cảm giác âm. Lúc đó có cảm giác đau đớn trong tai.

Miền nghe được là miền nằm trong phạm vi từ ngưỡng nghe đến ngưỡng đau.

$$I_{\min} \leq I = \frac{P}{4\pi r^2} \leq I_{\max} \Rightarrow \sqrt{\frac{P}{4\pi I_{\max}}} \leq r \leq \sqrt{\frac{P}{4\pi I_{\min}}}$$

**Tình huống 5:** Khi gặp bài toán liên quan đến nguồn nhạc âm thì làm thế nào?

**Giải pháp:**

Giải thích sự tạo thành âm do dây dao động: khi trên dây xuất hiện sóng dừng có những chỗ sợi dây dao động với biên độ cực đại (bụng sóng), đây không khí xung quanh nó một cách tuần hoàn và do đó phát ra một sóng âm tương đối mạnh có cùng tần số dao động của dây.

$$l = k \frac{\lambda}{2} = k \frac{v}{2f} \Rightarrow \boxed{f = k \frac{v}{2l}} \text{ (với } k = 1; 2; 3; \dots \text{)}$$

Tần số âm cơ bản là  $f_1 = \frac{v}{2l}$ , họa âm bậc 1 là

$$f_2 = 2 \cdot \frac{v}{2l} = 2f_1, \text{ họa âm bậc 2 là } f_3 = 3 \cdot \frac{v}{2l} = 3f_1, \dots$$

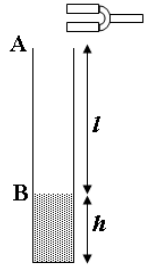




Giải thích sự tạo thành âm do cột không khí dao động: Khi sóng âm (sóng dọc) truyền qua không khí trong một ống, chúng phản xạ ngược lại ở mỗi đầu và đi trở lại qua ống (sự phản xạ này vẫn xảy ra ngay cả khi đầu để hở). Khi chiều dài của ống phù hợp với bước sóng của sóng âm ( $l = k \frac{\lambda}{2}$ , hoặc  $l = \left(k + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2}$ ) thì trong ống xuất hiện sóng dừng.

Chú ý:

1) Nếu dùng âm thoa để kích thích dao động một cột khí (chiều cao cột khí có thể thay đổi bằng cách thay đổi mực nước), khi có sóng dừng trong cột khí thì đầu B luôn luôn là nút, còn đầu A có thể nút hoặc bụng.



Nếu đầu A là bụng thì âm nghe được là to nhất và  $l = (2n - 1) \frac{\lambda}{4}$

$$\Rightarrow l_{\min} = \frac{\lambda}{4}.$$

Nếu đầu A là nút thì âm nghe được là nhỏ nhất và  $l = n \frac{\lambda}{2} \Rightarrow l_{\min} = \frac{\lambda}{2}$ .

2) Nếu hai lần thí nghiệm liên tiếp nghe được âm to nhất hoặc nghe được âm nhỏ nhất thì  $\frac{\lambda}{2} = l_2 - l_1 \Rightarrow \lambda = 2(l_2 - l_1)$ .

Nếu lần thí nghiệm đầu nghe được âm to nhất lần thí nghiệm tiếp theo nghe được âm nghe được âm nhỏ nhất thì  $\frac{\lambda}{4} = l_2 - l_1 \Rightarrow \lambda = 4(l_2 - l_1)$ .

Tốc độ truyền âm:  $v = \lambda f$

3) Nếu ống khí một đầu bịt kín, một đầu để hở mà nghe được âm to nhất thì đầu bịt kín là nút và đầu để hở là bụng:

$$l = (2n + 1) \frac{\lambda}{4} = (2n + 1) \frac{v}{4f} \Rightarrow f = (2n + 1) \frac{v}{4l} \Rightarrow f_{\min 1} = \frac{v}{4l}$$

Nếu ống khí để hở hai đầu mà nghe được âm to nhất thì hai đầu là bụng hai bụng:  $l = k \frac{\lambda}{2} = k \frac{v}{2f} \Rightarrow f = k \frac{v}{2l} \Rightarrow f_{\min 2} = \frac{v}{2l}$